

ЗАТУХАНИЕ СИММЕТРИЧНЫХ ВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В ПОРИСТО-УПРУГОМ СЛОЕ СО СВОБОДНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 10.05.98

На основе теории Био изучены дисперсионные характеристики нормальных волн пористо-упругой полосы со свободными поверхностями как для случая закрытых пор, так и открытых на границе пор. Проведен анализ влияния диссипативных эффектов, обусловленных течением жидкости по порам на дисперсионный спектр. Показано, что введение диссипации, обусловленной течением жидкости, по-разному влияет на поведение “жидкоподобных” и “упругоподобных” волн. “Жидкоподобные” волны значительно сильнее реагируют на изменение параметров, описывающих данный вид диссипации. Перестройка спектра “упругоподобных” волн в пористо-упругом слое при введении затухания во многом подобна вязкоупругому слою.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование акустических свойств пористо-упругих, насыщенных жидкостью сред является актуальной проблемой для различных приложений в области сейсмологии, подводной акустики, биомеханики, архитектурной акустики и др. Общая теория распространения волн в пористых средах, развитая в работах Био [1–3], учитывает как свойства каждой фазы (упругой и жидкой), так и взаимодействие между ними. На основании этой теории было предсказано существование трех типов волн в пористо-упругой среде – поперечной волны, а также медленной и быстрой продольных. Для всех типов волн движения в жидкой и твердой фазах взаимосвязаны. Экспериментальное обнаружение медленной продольной волны [4] подтвердило правомерность теории Био и стимулировало интерес к анализу волновых процессов в пористых средах на основе этой теории. Основные сложности, возникающие при использовании теории Био, связаны с выбором параметров, которые характеризуют среду [5]. Это обусловлено тем, что теория Био не устанавливает прямой связи между свойствами среды и свойствами компонент, а предполагает постановку экспериментов для определения параметров структуры. В связи с отсутствием достоверных экспериментальных данных о характеристиках конкретной пористо-упругой среды в ряде работ некоторые параметры полагались равными нулю. Прежде всего речь идет о параметрах среды, характеризующих диссипативные процессы.

В пористо-упругой среде затухание волн обусловлено потерями энергии двух различных типов – диссипацией в каждой из фаз (в упругом скелете и в жидкости) и потерями за счет от-

носительного движения фаз, т.е. за счет движения жидкости, содержащейся в порах, относительно скелета. Впервые Био [1], а впоследствии Столл [6, 7] предположили, что общее затухание может быть описано как суперпозиция эффектов, вызываемых указанными причинами. Экспериментальные данные, полученные различными исследователями, подтвердили данное предположение [6, 8, 9]. Диссипация в упругом скелете (по аналогии с вязкоупругой средой) учитывается посредством введения комплексных модулей сдвига $\mu = G(1 + i\delta_s)$ и всестороннего сжатия $\bar{K}_b = K_b(1 + i\delta_l)$. Здесь мнимые части модуля сдвига и модуля всестороннего сжатия определяются через логарифмический декремент затухания для сдвиговых и быстрых продольных волн соответственно. В общем случае величины G , K_b и δ_s , δ_l – частотно зависимые и нелинейные функции амплитуд напряжений [10]. Потери в жидкости учитываются через комплексную объемную вязкость.

Второй механизм затухания обусловлен относительным движением фаз и определяется силой межфазного взаимодействия. Эта сила включает две составляющие – силу фильтрационного течения (F_1) и инерционную силу (F_2), связанную с относительным ускорением фаз. Для учета затухания, обусловленного силой фильтрационного течения (F_1), в рамках теории Био вводится комплексная и частотно-зависимая сдвиговая вязкость. Для описания затухания, связанного с силой F_2 , вводится извилистость, которая выражается через коэффициент динамической связи жидкости и скелета [2].

Диссипация, обусловленная описанными физическими механизмами, по-разному проявляется для трех видов волн, существующих в неограничен-

ной пористо-упругой среде. В ограниченной среде взаимодействие трех типов волн на граничных поверхностях приводит к еще большему усложнению диссипативных процессов. Поэтому в рамках указанных физических предположений о механизмах затухания в пористо-упругой среде целесообразно оценить влияние диссипации на распространение нормальных волн в волноводе. При этом возможна ситуация, когда тип граничных условий окажет существенное влияние на эффективность механизма затухания.

В данной статье изучается влияние затухания, обусловленного относительным движением жидкости, на процесс распространения волн в пористо-упругом слое со свободной поверхностью.

В случае отсутствия напряжений на поверхностях пористо-упругого волновода, насыщенного жидкостью, возможны два типа граничных условий – свободная поверхность с открытыми порами и свободная поверхность с закрытыми порами [11]. Характеристики нормальных волн для пористо-упругого слоя со свободными поверхностями без учета диссипативных эффектов изучены в работе [12] для случая закрытых пор и в работе [13] для случая открытых пор. В этих работах получены дисперсионные уравнения, которые позволяют учесть процесс затухания.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются свойства нормальных волн в пористо-упругом слое ($-\infty < X < \infty$, $-h \leq Z \leq h$) со свободными поверхностями $Z = \pm h$ в случае открытых и закрытых пор. Векторы смещений упругого скелета $\mathbf{u}$ и жидкости $\mathbf{v}$ в безразмерных переменных $z = Z/h$, $x = X/h$ удовлетворяют уравнению движения в перемещениях для упругой и жидкой фаз с учетом их взаимодействия [14]:

$$\begin{aligned} \mu \Delta \mathbf{u} + (H - \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - C \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{w} &= \\ &= \rho_f \partial_t^2 \mathbf{u} - \rho_f \partial_t^2 \mathbf{w}, \\ C \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - M \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{w} &= \\ &= \rho_f \partial_t^2 \mathbf{u} - \frac{\alpha \rho_f}{m} \partial_t^2 \mathbf{w} - F \partial_t \mathbf{w}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для случая открытых пор граничные условия можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tau_{zz}(x, \pm 1) = 0, \quad \tau_{xz}(x, \pm 1) = 0, \\ \sigma(x, \pm 1) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Если поры закрыты, граничные условия изменяются:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(x, \pm 1) = 0, \quad \tau_{xz}(x, \pm 1) = 0, \\ \sigma_{ij} = \tau_{ij} + \sigma \delta_{ij}, \\ u_z(x, \pm 1) = v_z(x, \pm 1). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь σ_{ij} – тензор напряжений, приложенных к пористо-упругой среде; τ_{ij} – тензор напряжений, приложенных к упругому скелету; σ – сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице поперечного сечения пористой среды; $\sigma = -mp_0$; p_0 – давление в жидкости; m – пористость; $\mathbf{w} = m(\mathbf{u} - \mathbf{v})$.

Условие $\sigma_{ij} = 0$ означает отсутствие полных напряжений, приложенных к жидкой и к упругой фазам. Условие $\tau_{ij} = 0$ соответствует отсутствию напряжений, приложенных к упругой фазе. Условие $\sigma = 0$ говорит об отсутствии напряжений, приложенных к жидкой фазе. Условие “неперетекания” жидкости на свободных поверхностях выражается равенством $u_z(x, \pm 1) = v_z(x, \pm 1)$.

В выражении (1) H , μ , C , M – комплексные коэффициенты, определяемые через характеристики среды, их значения приведены в работах [12, 13]; α – извилистость; ρ – средняя плотность, связанная с плотностями упругого скелета и жидкости соотношением

$$\rho = (1 - m)\rho_s + m\rho_f;$$

$F = f(\rho_f \nu_f)/K_{pr}$ – функция, определяемая характером движения жидкости по порам упругого скелета. Здесь ν_f – кинематическая вязкость жидкости; K_{pr} – проницаемость среды.

Для построения решения граничной задачи используется стандартный способ разложения векторов смещения в жидкой и упругой фазах на скалярный и векторные потенциалы и представления напряжений, используемых в граничных условиях (2) и (3), через эти потенциалы.

2. МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ЗАТУХАНИЕ

Вкратце остановимся на моделях, описывающих различные механизмы затухания. Диссипация в упругом скелете в большинстве из опубликованных работ [6–8, 10] учитывалась в рамках линейной теории вязкоупругости. Общим для этих работ является положение, что для колебаний малой амплитуды логарифмические декременты затухания (δ_s , δ_l) не зависят от амплитуды колебаний и не зависят или слабо зависят от частоты. Кроме

того, релаксационные явления при объемном сжатии выражены значительно слабее, чем при сдвиге, т.е. $\delta_l \ll \delta_s$. В данной работе для упрощения модели будем считать, что оба декремента затухания δ_l и δ_s равны нулю. Это означает, что скелет считается идеально упругим.

Затухание, обусловленное движением жидкости по порам относительно упругого скелета, определяется извилистостью α и функцией F уравнения (1). В водонасыщенной пористой среде при постоянном отношении расхода жидкости к градиенту давления (течение Пуазейля) частотную зависимость вязкого сопротивления потоку жидкости можно не учитывать и считать $\alpha = \text{const}$, а $f \approx 1$ вплоть до частот, при которых вязкие и инерционные силы имеют одинаковый порядок [1, 6, 14]. При увеличении частоты развивается пограничный слой, микроскорости в котором не совпадают по фазе, т.е. течение жидкости в порах отличается от течения Пуазейля. Если четверть длины волны для быстрой продольной волны оказывается равной диаметру пор d , что соответствует частоте

$$\omega_t = \frac{\pi^2 \nu_f}{2d^2}, \quad (4)$$

то функция $f \neq 1$ [1].

По мере роста частоты пограничный слой становится очень тонким. Вязкие силы ограничены этим тонким слоем, а поле скоростей в основной массе жидкости определяется потенциальным течением. Сила трения жидкости об упругий скелет определяется эффективной вязкостью, которая оказывается частотно-зависимой. Кроме того, поле микроскоростей уже не имеет фиксированную конфигурацию, и существует сдвиг фаз между силой трения и скоростью течения жидкости по порам. Следовательно, α и F становятся комплексными и частотно-зависимыми.

К тому же, в области высоких частот толщина пограничного слоя сравнима с размерами пор, поэтому f в значительной мере становится зависимой от размеров, формы и взаимосвязи пор.

Поскольку аналитический учет всех этих факторов очень сложен, то в большинстве случаев для определения f делаются дополнительные допущения.

В работах [1, 2] М. А. Био предположил, что характер изменения отношения силы трения на межфазовых поверхностях к относительному расходу жидкости в зависимости от частоты в пористоупругой среде такой же, как и при течении вязкой жидкости в цилиндрической трубке постоянного сечения. Такое предположение позволило ему ввести корректирующую частотно-зависимую функ-

цию f в виде

$$f = \frac{kT(k)}{4(1 - 2T(k)/ik)}, \quad (5)$$

$$k = \alpha_2 \sqrt{\omega/\nu_f}, \quad T(k) = \frac{\text{ber}'(k) + i \text{bei}'(k)}{\text{ber}(k) + i \text{bei}(k)}.$$

Рассматривается диапазон частот, для которых длина всех трех волн остается значительно больше размеров пор. Функции $\text{ber}(k)$, $\text{bei}(k)$ представляют собой действительную и мнимую части функций Кельвина; ω – круговая частота; α_2 – структурный коэффициент. Параметр α_2 имеет размерность длины, зависит от размера и формы пор и определяется экспериментально. Заметим, что в работах Био этот структурный коэффициент изменяется в зависимости от формы пор незначительно [2].

Поскольку форма поперечного сечения поры сказывается только на незначительных изменениях масштабов длин, то для системы параллельных пор – каналов произвольного, но постоянного сечения – можно полагать, что комплексная функция f сохраняет форму (5). В работах Био частотная зависимость извилистости не учитывается.

Впоследствии были предложены более сложные модели, приближающиеся к учету истинной геометрии пор. В этом случае для определения f вводились дополнительные структурные коэффициенты [14–16]. При этом поры рассматривались как трубки постоянного сечения, но различной формы.

В работе [17] для нахождения функции F и α предполагалось, что определяющую роль при движении жидкости по порам играют релаксационные процессы. Для учета диссипации за счет относительного движения жидкости вводились динамическая проницаемость и извилистость. Это комплексные и частотно-зависимые функции. В этой работе функция F и извилистость α представлены в виде

$$\alpha = (1 - i(\omega/\omega_c)F), \quad F = (1 + iN(\omega/\omega_c)/2)^{1/2}.$$

Параметр $N = 8\alpha K_{pr}/(m\theta)$ зависит от характеристической частоты $\omega_c = \nu_f m/(K_{pr}\alpha)$ [14]. Согласно [17], характерная длина θ определяется как

$$\theta = \frac{\int_V |\mathbf{v}(\mathbf{r})|^2 dV}{\int_S |\mathbf{v}(\mathbf{r})|^2 dS}.$$

Здесь $\mathbf{v}$ – поле скоростей потока несжимаемой жидкости по порам. Интегрирования выполняются по объему материала V и по площади пор S .

Предложенная модель в высокочастотном пределе для пор в виде цилиндрических трубок хорошо согласуется с существующими [1, 14, 15 и др.].

В данной работе процесс диссипации в пористо-упругой среде, обусловленный относительным движением жидкости по порам, будем описывать в рамках теории Био. При этом будем считать, что извилистость является постоянной величиной, а для описания функции f в высокочастотной области справедливо соотношение (5). Используя для описания пор модель цилиндрических трубок, Био [1] определил a_2 в виде

$$a_2 = \eta \sqrt{\frac{K_{pr}}{m}}, \quad (6)$$

где η – коэффициент, учитывающий геометрию пор. Для пор в виде цилиндрических трубок $\eta = \sqrt{8}$, а для пор в виде щелей $\eta = \sqrt{16/3}$ [1]. Кроме того, Столл [7] предположил, что

$$a_2 = d/7.$$

Здесь d – диаметр пор. Согласно последним экспериментам, проведенным на ансамбле сфер, получено, что значение $\eta = 3.2$ [9], что и принимается в данной работе. Для проведения численных расчетов рассматривалась пористо-упругая среда с характеристиками $m = 0.3$, $\mu = 5 \cdot 10^7$ Па, $\alpha = 1.25$, $\rho_s = 2650$ кг/м³, $K_s = 3.6 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho_f = 1000$ кг/м³, $K_f = 2.9 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0.3$, $\nu_f = 10^{-6}$ м²/с, $K_{pr} = 10^{-10}$ м². Эти параметры описывают песок, насыщенный морской водой. Их обозначения соответствуют работе [14].

В рамках теории Био затухание, обусловленное течением вязкой жидкости по порам упругого скелета, по-разному проявляется для трех типов волн. Для быстрой продольной и поперечной волн в области низких частот затухание прямо пропорционально квадрату частоты, а в области высоких частот – пропорционально корню квадратному из частоты. Частотная зависимость медленной продольной волны иная. В низкочастотном и высокочастотном пределах затухание пропорционально квадратному корню из частоты [1].

3. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Раскладывая вектор смещения твердой и жидкой фаз на скалярный и векторные потенциалы и записывая представление для этих потенциалов аналогично [18] после удовлетворения граничным условиям (2) или (3), получаем дисперсионные со-

отношения для симметричных волн в виде

$$\begin{aligned} \Delta_1 = & r_0 k_0^2 \cos \alpha_0 \times \\ & \times (\tau_1^o \beta \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \xi^2 \alpha_1 \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1) - \\ & - r_1 k_1^2 \cos \alpha_1 \times \\ & \times (\tau_0^o \beta \sin \alpha_2 \cos \alpha_0 + \xi^2 \alpha_0 \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_0) \end{aligned} \quad (7)$$

для случая открытых пор [13] и

$$\begin{aligned} \Delta_1 = & \alpha_0 m_0 \sin \alpha_0 \times \\ & \times (\tau_1^c \beta \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \xi^2 \alpha_1 \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1) - \\ & - \alpha_0 \xi^2 \sin \alpha_0 \times \\ & \times (m_1 \alpha_1 \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_1 - m_2 \tau_1^c \sin \alpha_2 \cos \alpha_1) - \\ & - \tau_0^c \alpha_1 \cos \alpha_0 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 (m_2 \xi^2 + m_1 \beta) \end{aligned} \quad (8)$$

для случая закрытых пор [12].

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \beta = & -\xi^2 + k_2^2/2, \quad r_j = \frac{Q + M_j M m^2}{2\mu}, \\ t_j^o = & \frac{A + M_j Q}{2\mu}, \quad t_j^c = \frac{H - 2\mu - m_j C m}{2\mu}, \\ \tau_j^p = & -\xi^2 + (1 + t_j^p) k_j^2, \quad j = 0, 1, \quad p = o, c, \end{aligned} \quad (9)$$

$$Q = C m - M m^2, \quad A = H - 2\mu - 2C m + M m^2,$$

$$m_j = 1 - M_j, \quad j = 0, 1, 2.$$

Нормированные частоты k_j , $j = 0, 1, 2$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} k_2^2 = & \frac{\omega^2 \rho h^2}{\mu} [\Gamma_{11} + M_2 \Gamma_{12} + (1 - M_2) i \Gamma], \\ k_j^2 = & \frac{\omega^2 h^2}{c^2} s_j, \quad j = 0, 1. \end{aligned}$$

Здесь s_j – корень квадратного уравнения

$$A_1 s_j^2 - B_1 s_j + C_1 = 0, \quad j = 0, 1$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} A_1 = & q_{22} q_{11} - q_{12}^2, \\ B_1 = & q_{11} \Gamma_{22} + q_{22} \Gamma_{11} - 2 q_{12} \Gamma_{12} + i \Gamma, \\ C_1 = & \Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2 + i \Gamma. \end{aligned}$$

Описание параметров Γ , Γ_{jk} , q_{jk} , M_n ($j, k = 1, 2$, $n = 0, 1, 2$) приведено в [12, 13].

В данной работе учитывается затухание, обусловленное относительным течением жидкости по порам. Введение затухания в среду приводит к тому, что все корни дисперсионных уравнений (7) и (8) будут комплексными. Так как F – комплексная величина, то коэффициенты дисперсионных

уравнений также комплексные величины. Для построение спектра необходимо найти комплексные корни трансцендентного уравнения с комплексными коэффициентами.

Дисперсионные уравнения (7) и (8) были решены численно. При построение алгоритма решения исходили из того, что определяемая дисперсионными уравнениями (7) и (8) совокупность значений постоянной распространения при непрерывном изменении частоты должна образовывать систему непрерывных кривых (ветвей). Ветвь – это однозначная зависимость постоянной распространения от частоты, изображенная графически. При этом каждая ветвь является непрерывной и прослеживается от начала на плоскости $\omega=0$ до бесконечности.

Комплексные корни (постоянные распространения) дисперсионных уравнений для произвольной частоты определяли итерационным методом Ньютона. В качестве начальных приближений принимали значение постоянной распространения на частоте $\omega=0$ и, пошагово увеличивая частоту, находили ξ для заданной частоты.

Для $\omega=0$ уравнение (7) преобразуется к виду

$$\xi^2 \operatorname{ch} \xi (a \xi + b \operatorname{sh} 2\xi) = 0. \quad (10)$$

Это трансцендентное уравнение с действительными коэффициентами, которые определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} a &= r_0(\delta_{21} - 1) + r_1, \\ b &= r_0(0.5 + t_1^0) - r_1(0.5 + t_0^0), \\ \delta_{21} &= H/\mu, \\ M_0 &= \frac{Cm - H}{Cm}, \quad M_1 = 1, \end{aligned} \quad (11)$$

$r_j, t_j^0, j=0, 1$ определяются из (9). Коэффициенты дисперсионного уравнения на частоте $\omega=0$ не зависят от вязкости. Следовательно, значения комплексных корней (постоянных распространения) на частоте $\omega=0$ сохраняются для всех величин вязкости. В пористо-упругой среде, также как и для вязкоупругих материалов, значения постоянных распространения на частоте $\omega=0$ в среде без потерь и с потерями не изменяется.

Уравнение (10) имеет два набора корней:

$$a\xi + b\operatorname{sh} 2\xi = 0, \quad \xi \approx i \frac{4n-1}{4} \mp \frac{\ln(2\pi na/b)}{2}, \quad (12)$$

$$\operatorname{ch} \xi = 0, \quad \xi = i \frac{2n-1}{2} \pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Для первого уравнения приведено асимптотическое значение корней для больших номеров.

Для $\omega=0$ дисперсионное уравнение (8) в случае закрытых пор также преобразуется в трансцендентное уравнение с действительными коэффициентами:

$$\xi^3 \operatorname{sh} \xi (2\xi + \operatorname{sh} 2\xi) = 0. \quad (14)$$

В случае закрытых пор, как и для открытых, значения постоянных распространения на частоте $\omega=0$ не зависят от вязкости. Здесь также имеются два набора корней:

$$2\xi + \operatorname{sh} 2\xi = 0, \quad \xi \approx i \frac{4n-1}{4} \mp \frac{\ln(4\pi n)}{2}, \quad (15)$$

$$\operatorname{sh} \xi = 0, \quad \xi = in\pi, \quad n = 1, 2, \dots \quad (16)$$

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

По аналогии с представлением решения дисперсионного уравнения в среде без затухания, в данном случае решения уравнений (7) и (8) приведены в виде ветвей – графических зависимостей комплексной постоянной распространения ξ , соответствующей конкретной нормальной волне, от безразмерной частоты Ω

$$\Omega = \sqrt{\omega \rho h (\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2) / (\rho_{22} \mu)}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= (1 - \alpha) \rho_f m; \\ \rho_{11} &= (1 - m) \rho_s - \rho_{12}; \\ \rho_{22} &= m \rho_f - \rho_{12}. \end{aligned}$$

Мнимая часть постоянной распространения конкретной волны $\operatorname{Im} \xi = \delta$ соответствует коэффициенту затухания этой нормальной волны. Действительная часть постоянной распространения определяет фазовую скорость c_ϕ данной волны ($c_\phi = \omega / \operatorname{Re} \xi$).

Для случая открытых пор (уравнение (7)) проекции дисперсионных ветвей на действительную и мнимую плоскости ξ изображены на рис. 1. Здесь $1j$ соответствует дисперсионной ветви, начинающейся с корня уравнения (13) при $j=1$; $1+$ – ветвь, исходящая из начала координат (в среде без затухания соответствует первой распространяющейся волне). Кривые $N\pm, N \geq 2$ – ветви, начинающиеся с n -го корня уравнения (12) для “+” с положительной действительной частью, а для “–” – с отрицательной. Кривые пронумерованы в порядке возрастания модуля комплексного корня ξ . Обозначения аналогичны [19, 20].

Частотная зависимость затухания нормальных мод в пористо-упругом слое со свободной поверхностью отличается по характеру от затухания

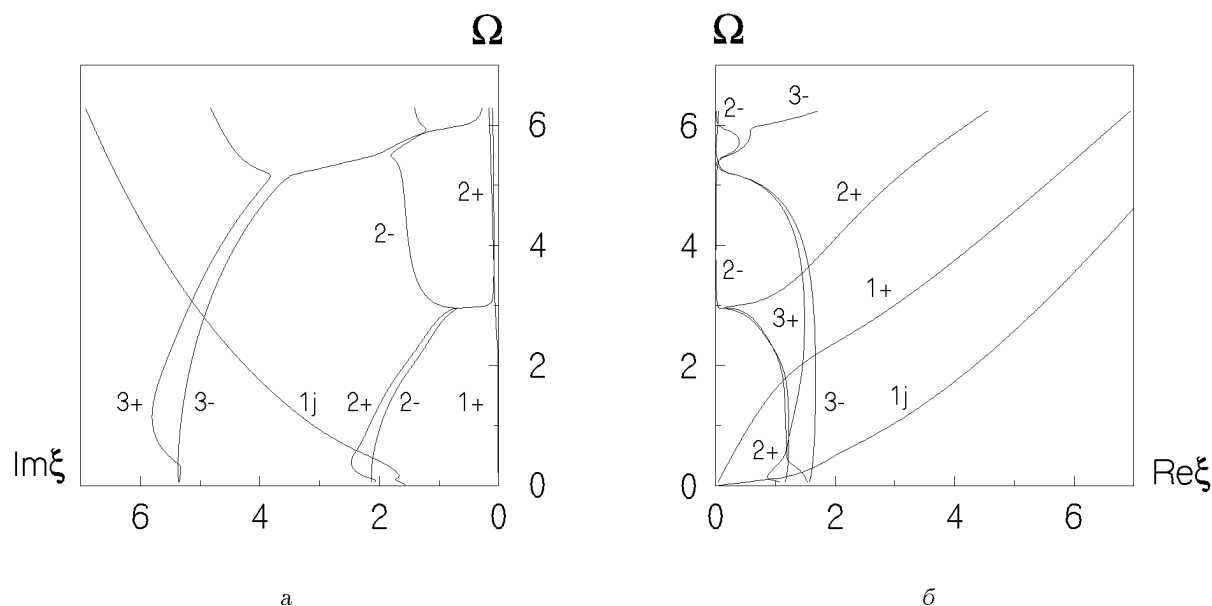


Рис. 1. Дисперсионный спектр пористо-упругого слоя с открытыми на границе порами:

а – мнимая часть; б – действительная часть

волн в пористо-упругой безграничной среде. Как уже отмечалось в разделе 2, в безграничной среде затухание всех трех волн увеличивается с ростом частоты. Взаимодействие быстрой и медленной продольных и поперечной волн на границе пористо-упругого тела приводит к изменению характера затухания с частотой для каждой нормальной волны в слое. Возможны ситуации, когда с ростом частоты затухание нормальной волны падает.

При этом введение затухания по-разному влияет на поведение дисперсионных ветвей, начинающихся с точек, соответствующих корням уравнений (12) и (13). Нормальные волны (моды) с постоянной распространения, принадлежащей ветвям, которые начинаются с корней уравнения (13) (назовем такие ветви “жидкоподобными”), обладают значительным затуханием. На рис. 1, а, б изображена только одна такая ветвь $1j$. Для заданных параметров среды затухание “жидкоподобных” мод всех номеров растет с частотой.

Рассмотрим частотную зависимость действительной части постоянной распространения для первой “жидкоподобной” моды, которая характеризует поведение фазовой скорости. Фазовая скорость первой “жидкоподобной” моды c_{f1} , также как и фазовая скорость c_0 в безграничной среде [14], является частотно-зависимой функцией. На рис. 2 представлена частотная зависимость отношения фазовой скорости первой “жидкоподобной” моды к фазовой скорости медленной про-

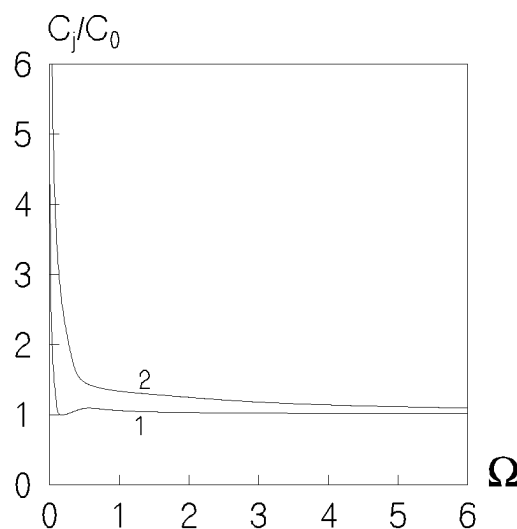


Рис. 2. Частотная зависимость фазовых скоростей “жидкоподобных” волн в пористо-упругом слое с открытыми на границе порами, нормированная на скорость медленной продольной волны

дольной волны к фазовой скорости медленной продольной волны в безграничной среде c_0 (кривая 1) и отношения фазовой скорости второй “жидкоподобной” волны к c_0 (кривая 2). В области низких частот ($\Omega < 0.1$) фазовая скорость как первой,

так и второй “жидкоподобных” мод превышает скорость медленной продольной волны. Для первой моды существует узкий частотный диапазон ($0.16 < \Omega < 0.2$), в котором c_0 незначительно больше $c_{\phi 1}$. Фазовая скорость второй моды превышает c_0 во всем рассмотренном частотном диапазоне. В высокочастотной области фазовые скорости обеих “жидкоподобных” мод стремятся к c_0 , оставаясь больше ее. Такое поведение “жидкоподобных” волн качественно согласовывается с поведением распространяющихся нормальных волн в жидкостных волноводах. С ростом частоты скорость всех волн стремится к скорости звука в среде, оставаясь несколько больше ее. В низкочастотном диапазоне, чем больше номер “жидкоподобной” моды, тем больше ее фазовая скорость.

Перейдем к анализу поведения дисперсионных ветвей, начинающихся на плоскости $\Omega=0$ с точек, являющихся корнями уравнения (12). Назовем моды, соответствующие данным ветвям и ветви 1+, которая исходит из начала координат, “упругоподобными”.

Для нормальной волны 1+ затухание незначительно, однако увеличивается с ростом частоты. Проекция дисперсионной ветви 1+ на действительную плоскость ξ (см. рис. 1, б) по характеру частотной зависимости аналогична первой распространяющейся волне в пористо-упругом слое, насыщенном невязкой жидкостью (диссипация отсутствует) [13]. Учет диссипации приводит к изменению количественных характеристик. Для рассматриваемой ветви 1+ в низкочастотном пределе дисперсионное уравнение (7) упрощается:

$$\frac{\omega^2 h^2 \rho}{2\mu} \cdot \frac{\Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2 + i\Gamma}{\Gamma_{22} + i\Gamma} = \frac{\xi^2}{1-\nu}. \quad (17)$$

Для пористо-упругого слоя без затухания ($\Gamma=0$) уравнение (17) преобразуется к виду

$$\xi = \frac{\omega h}{c} \sqrt{\frac{1-\nu}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2}{\Gamma_{22}}}, \quad c = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

С учетом затухания уравнение (17) при выполнении условия

$$\frac{\Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2}{m^2 f \rho_f \nu_f / (K_{pr} \rho)} \omega \ll 1, \quad (18)$$

имеет вид

$$\xi = \frac{\omega h}{c} \sqrt{\frac{1-\nu}{2}} \times \left\{ \left(1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2 - \Gamma_{22}}{\Gamma} \right)^2 \right) + i \left(\frac{\Gamma_{22} - \Gamma_{11}\Gamma_{22} + \Gamma_{12}^2}{2\Gamma} \right) \right\}. \quad (19)$$

Действительная часть постоянной распространения для ветви 1+ пропорциональна частоте. Характер частотной зависимости для ξ в низкочастотном пределе не меняется при учете затухания. Если выполняется условие (19), то $\text{Re } \xi$ для рассматриваемой ветви слабо зависит от присоединенной массы и вязкости.

Из соотношения (19) видно, что затухание нормальной волны, соответствующее ветви 1+ в низкочастотном пределе, пропорционально квадрату частоты, т.е. в области низких частот по характеру частотной зависимости затухание моды 1+ такое же, как и быстрой продольной волны в безграничной среде. Из уравнения (19) также следует, что при выполнении условия (18) затухание зависит от присоединенной массы и уменьшается с ростом вязкости.

Уменьшение затухания волны 1+ с увеличением вязкости обусловлено тем, что при больших фильтрационных сопротивлениях поток жидкости в поровом пространстве слабо влияет на волновые движения, возникающие в скелете.

В высокочастотном пределе фазовая скорость волны 1+ при учете затухания незначительно отличается от фазовой скорости первой распространяющейся волны (на 4–5%) в пористо-упругом слое без затухания и стремится к фазовой скорости поверхностной волны Рэлея. Фазовая скорость волны 1+ в пористо-упругом слое превышает скорость волны Рэлея в идеально упругом слое [13].

Рассмотрим затухание “упругоподобных” мод высших порядков, т.е. дисперсионные ветви, начинающиеся на плоскости $\Omega=0$ с точек, являющихся корнями уравнения (12). Учет затухания приводит к тому, что комплексные корни перестают быть сопряженными. При этом до некоторой частоты (обозначим эту частоту Ω_n^o) комплексные корни одного номера близки к сопряженным. Частота Ω_n^o аналогична локальному экстремуму на дисперсионной ветви спектра пористо-упругого слоя без затухания, на которой комплексная ветвь выходит на действительную или мнимую плоскость ξ . Заметим, что для дисперсионной ветви спектра пористо-упругого слоя с затуханием теряет смысл понятие локального экстремума, так как при движении вдоль ветви Ω монотонно возрастает. На частотах выше Ω_n^o поведение комплексных ветвей одного номера, но с разными знаками действительных частей ξ , значительно отличается.

Рассмотрим более подробно поведение ветвей 2+ и 2–. Обозначим $\text{Re } \xi_2^+ + i \text{Im } \xi_2^+$ комплексную постоянную распространения, соответствующую

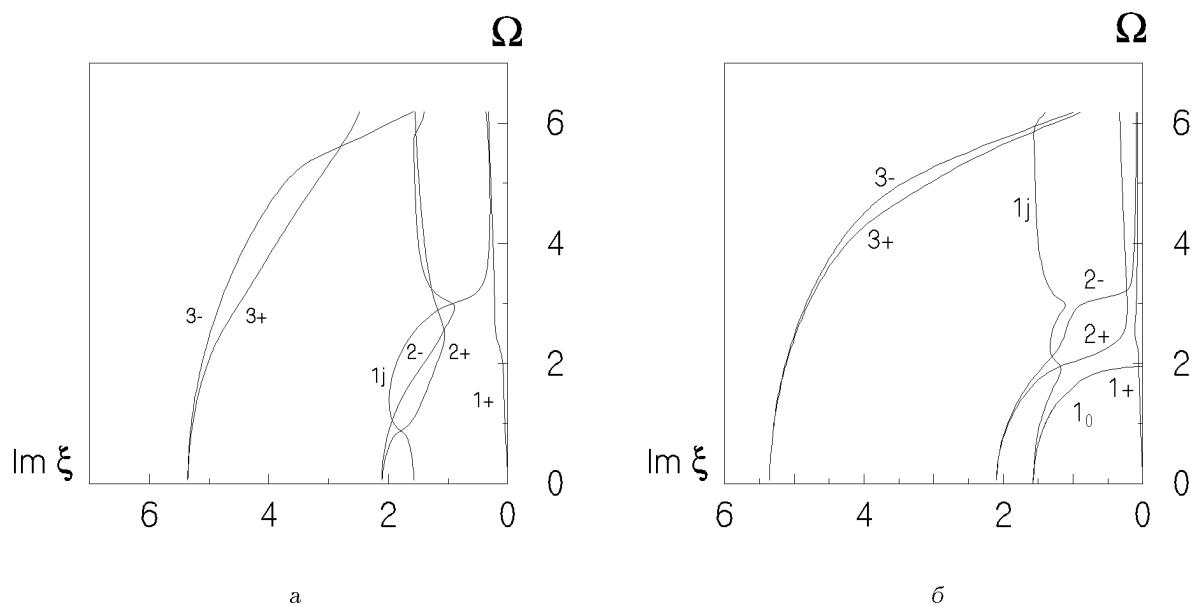


Рис. 3. Затухания нормальных волн в пористо-упругом слое с открытыми на границе порами для различных значений кинематической вязкости:

$a - \nu_f \sim 10^{-7}; \quad b - \nu_f \sim 10^{-8}$

щую ветви $2+$, а $\text{Re} \xi_2^- + i \text{Im} \xi_2^-$ – соответствующую ветви $2-$. Для данных ветвей примечательной является частота $\Omega = 2.97$. На этой частоте на ветви $2+ \text{Re} \xi_2^+$ достигает минимального значения и меняет характер частотной зависимости. Для ветви $2-$ частота $\Omega = 2.97$ также является особой. Вблизи $\Omega = 2.97 \text{Im} \xi_2^-$ (затухание) достигает минимума и меняет характер частотной зависимости. В диапазоне $2.97 < \Omega < 3.77 \text{Re} \xi_2^-$ меняет знак. Это явление аналогично явлению “обратной” волны в идеально упругом волноводе [18]. Можно считать, что частота $\Omega = 2.97 = \Omega^*$. Для пористо-упругого слоя без затухания дисперсионная ветвь 2 имеет локальный минимум на частоте $\Omega^* = 3.01$, на которой комплексный корень дисперсионного уравнения (7) вырождается в чисто мнимый.

Введение затухания в пористо-упругую среду незначительно уменьшает частоту, особую для рассматриваемой ветви.

Важной особенностью частотной зависимости затухания “упругоподобных” мод рассматриваемого спектра (см. рис. 1, а) является наличие частотных интервалов, внутри которых затухание моды с ростом частоты падает. Сам факт появления таких участков наглядно иллюстрирует сложное движение частиц среды в нормальной моде, которое является суперпозицией всех возможных типов волновых движений в пористо-упругой сре-

де.

Полученный дисперсионный спектр перестраивается в спектр для среды без затухания [13] при стремлении функции F_1 к нулю, т.е. если силу фильтрационного течения F_1 можно не учитывать. При заданной проницаемости K_{pr} и плотности жидкости ρ_f силой F_1 можно пренебречь при кинематической вязкости $\nu_f \sim 10^{-15}$.

Изменение характеристик пористо-упругой среды по-разному влияет на поведение “жидкоподобных” и “упругоподобных” мод. Рассмотрим трансформацию дисперсионных ветвей при изменении вязкости жидкости. На рис. 3 представлены проекции дисперсионных ветвей на мнимую плоскость ξ для различных значений кинематической вязкости. На рис. 3, б кривая 1_0 – дисперсионная ветвь для пористо-упругого слоя без затухания. Из рисунков видно, что уменьшение вязкости приводит к резкой перестройке характера затухания “жидкоподобных” волн. Появляются диапазоны частот, в которых затухание уменьшается с ростом частоты (кривые $1j$). Это еще раз свидетельствует о значительном усложнении движения частиц пористо-упругой среды в нормальной моде по сравнению с движением частиц при распространении волн в безграничной среде. При уменьшении вязкости форма “жидкоподобной” ветви изменяется сложным образом. По форме проекция дисперсионной ветви $1j$ на мнимую плоскость ξ

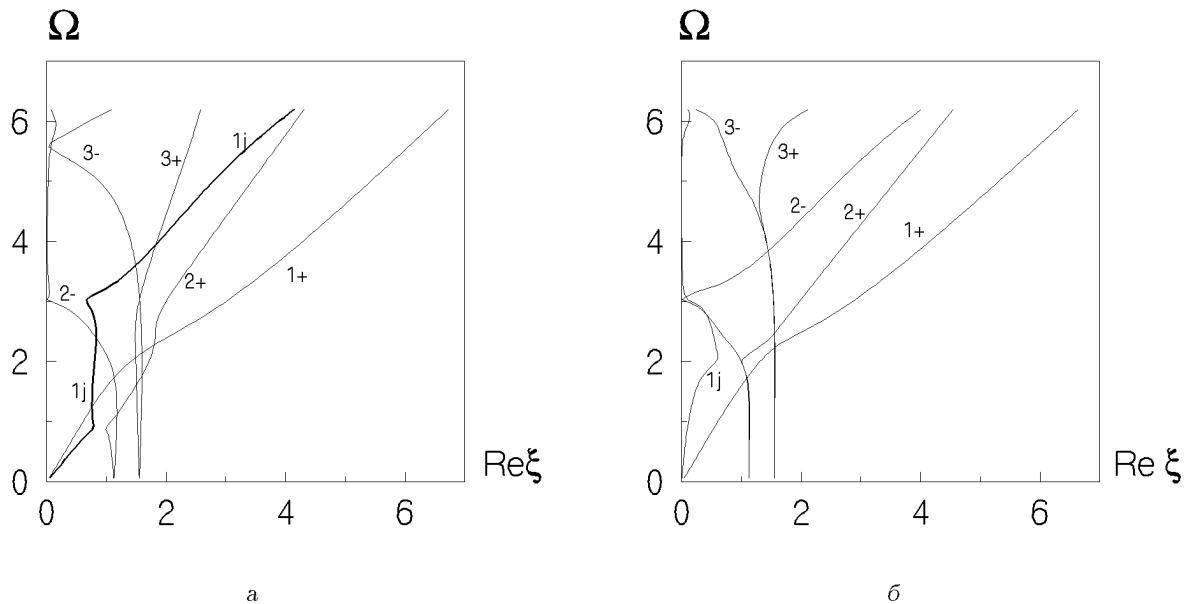


Рис. 4. Действительные части постоянных распространения нормальных волн в пористо-упругом слое с открытыми на границе порами для различных значений кинематической вязкости:

а – $\nu_f \sim 10^{-7}$; б – $\nu_f \sim 10^{-8}$

при уменьшении вязкости приближается к дисперсионной кривой в среде без затухания. Однако за счет сложной зависимости функции F от вязкости и частоты (5) появляются частотные диапазоны, внутри которых затухание растет при уменьшении вязкости.

Изменение вязкости значительно слабее сказывается на затухании “упругоподобных” волн. С изменением вязкости форма “упругоподобной” ветви $1+$ не изменяется, но наблюдаются значительные количественные изменения. С уменьшением вязкости при фиксированных остальных характеристиках пористо-упругой среды коэффициент затухания моды $1+$ на конкретной частоте может как увеличиваться, так и уменьшаться. Например, для области низких частот $\Omega = 0.062$ $\text{Im } \xi$ равна $4.71 \cdot 10^{-4}$ для $\nu_f = 10^{-8}$, $3.38 \cdot 10^{-4}$ для $\nu_f = 10^{-7}$ и $2.21 \cdot 10^{-3}$ для $\nu_f = 10^{-6}$. Затухание уменьшается с ростом вязкости, однако не обратно пропорционально ν_f , как следует из (19). Это связано с тем, что не выполняется условие (18). С уменьшением вязкости уменьшается критическая частота, начиная с которой следует вводить корректирующую частотно-зависимую функцию $f(\omega)$, которая изменяет частотные зависимости характеристик поля. Для вязкости $\nu_f = 10^{-8}$ нормированная критическая частота $\Omega_t = 0.394$. В целом зависимость затухания моды $1+$ от вязкости довольно сложная.

Изменение вязкости сказывается и на “упруго-

подобных” волнах высших номеров. При уменьшении вязкости диапазон частот, в котором затухания нормальных волн, соответствующих ветвям одного номера, практически совпадают по величине, увеличивается. Следует также отметить, что для малых величин вязкости $\nu_f < 5 \cdot 10^{-7}$ затухание волны $2-$ больше, чем $2+$ вплоть до некоторой частоты, меньшей Ω^0 . При уменьшении вязкости эта частота приближается к Ω_1^0 для слоя без затухания. Для $\nu_f < 10^{-6}$ только для очень низких частот $\Omega < 0.1$ $\text{Im } \xi_2^- > \text{Im } \xi_2^+$, в диапазоне частот $0.1 < \Omega < \Omega_1^0$ $\text{Im } \xi_2^- < \text{Im } \xi_2^+$.

О влиянии вязкости на проекции дисперсионных ветвей на вещественную плоскость ξ , т.е. о фазовых скоростях различных нормальных волн, можно судить по дисперсионным ветвям, представленным на рис. 4. Фазовые скорости различных нормальных мод оказались более чувствительными к изменению вязкости, чем затухание этих мод. Исключение составляет только волна $1+$. Вещественная часть постоянной распространения моды $1+$, соответствующей первой “упругоподобной” волне, практически не зависит от вязкости. Изменение вязкости на 2–3 порядка, если остальные параметры пористо-упругой среды фиксированы, приводит к изменению фазовой скорости волны $1+$ в пределах 7% относительно фазовой скорости первой распространяющейся волны в пористо-упругом слое без затухания.

Частотный характер действительных частей постоянных распространения “упругоподобных” мод высших номеров и “жидкоподобных” мод существенно меняется. Прежде всего отметим, что для малых величин вязкости в высокочастотном пределе фазовая скорость первой “жидкоподобной” волны уже не стремится к фазовой скорости медленной продольной волны в безграничной среде (кривые 1j на рис. 4). С уменьшением вязкости действительная часть постоянной распространения “жидкоподобной” моды 1j меняет характер своей частотной зависимости. Появляются диапазоны частот, внутри которых $\text{Re } \xi_{1j}$ уменьшается с ростом частоты. Для вязкости $\nu_f = 10^{-7}$ и менее фазовая скорость “жидкоподобной” волны 1j во всем рассмотренном частотном диапазоне превышает скорость поперечной волны в бесконечной пористо-упругой среде.

Второй характерной особенностью рассматриваемого спектра является существование частот, вблизи которых наблюдается притяжение ветвей, соответствующих “жидкоподобным” и “упругоподобным” волнам. Особенно наглядно это проявляется для волн 1j и 2+. Для вязкости $\nu_f = 10^{-6}$ (см. рис. 1, б) ветвь 2+ и ветвь 1j притягиваются вблизи частоты $\Omega \simeq 0.1$. Для вязкости $\nu_f = 10^{-7}$ (рис. 4, а) – вблизи частоты $\Omega \simeq 0.87$. Заметим, что на этой же частоте коэффициенты затухания волны 2+ и 1j совпадают (см. рис. 3, а). Для вязкости $\nu_f = 10^{-8}$ (рис. 4, б) ветвь 1j и ветвь 2+ притягиваются на частоте $\Omega = 1.95$. Частота $\Omega = 1.95$ является частотой запирания в пористо-упругом слое без потерь для ветви, которая начинается с точки $\xi = i\pi/2$, соответствующей корню (13), на плоскости $\Omega = 0$ ($\Omega_{\text{кр}}^1 = 1.95$, при $k_0 = \pi/2$ [13]). С уменьшением вязкости частота, вблизи которой “жидкоподобная” волна 1j и “упругоподобная” волна 2+ притягиваются, увеличивается, приближаясь к частоте запирания в слое без потерь [13].

В области более высоких частот характер зависимости фазовых скоростей от частоты (следовательно и $\text{Re } \xi$) первой “жидкоподобной” волны и “упругоподобных” волн 2+ и 2– еще более чувствителен к изменению вязкости. Для вязкости $\nu_f = 10^{-7}$ (рис. 4, а) ветви 2+ и 2– “расталкиваются” начиная с области низких частот. На частоте $\Omega > 0.89$ $\text{Re } \xi_2^+$ меняет характер частотной зависимости и увеличивается при дальнейшем росте частоты. В тоже время $\text{Re } \xi_2^-$ уменьшается вплоть до частоты $\Omega = 3.09$. В диапазоне частот $3.09 < \Omega < 3.96$ $\text{Re } \xi_2^-$ меняет знак, т. е. волна 2– распространяется в противоположном направлении. Напомним, что для вязкости $\nu_f = 10^{-6}$ (см. рис. 1, б) $\text{Re } \xi_2^-$ меняет знак в диапазоне

$2.97 < \Omega < 3.77$. Таким образом, варьируя вязкостью, удается сместить частотный диапазон, в которых действительная часть постоянной распространения ветви 2– меняет знак, т. е. наблюдается явление, аналогичное “обратной” волне в идеально упругом слое.

Для вязкости $\nu_f = 10^{-8}$ (рис. 4, б) ситуация иная. Сравнивая поведение ветвей 2– и 2+ на рис. 4, б, отметим, что $\text{Re } \xi_2^+$ и $\text{Re } \xi_2^-$ практически совпадают для частот, меньших $\Omega_{\text{кр}}^1 = 1.95$, ($k_0 = \pi/2$ [13]). На частоте $\Omega_{\text{кр}}^{(1)}$ характер частотной зависимости рассматриваемых ветвей меняется. $\text{Re } \xi_2^-$ продолжает падать с ростом частоты вплоть до $\Omega = 3.01 = \Omega^*$ [13]. Выше этой частоты $\text{Re } \xi_2^-$ меняет знак и монотонно увеличивается с ростом частоты, повторяя характер поведения “упругоподобной” ветви 3 рис. 1 [13] в среде без затухания. На частоте $\Omega_{\text{кр}}^{(1)}$ действительная часть ветви 2+ имеет минимальное значение постоянной распространения и меняет характер своего поведения в зависимости от частоты. Данная ветвь по форме приближается к “жидкоподобной” ветви в пористо-упругом слое без учета затухания. Для ветви 1j, соответствующей “жидкоподобной” волне, $\text{Re } \xi_j$ на частотах выше $\Omega_{\text{кр}}^{(2)} = \pi$ близка к нулю.

Таким образом, в пористо-упругом слое при учете затухания ветвь, соответствующая “упругоподобной” волне 2+, с уменьшением вязкости трансформируется в нормальную волну с частотой запирания $\Omega_{\text{кр}}^{(1)}$, $k_0 = \pi/2$, т. е. в “жидкоподобную” волну в слое без затухания. Такая трансформация дисперсионного спектра при уменьшении вязкости еще раз подтверждает сложный характер взаимодействия “упругоподобных” и “жидкоподобных” волн.

Для “упругоподобных” волн 3+ и 3– модули действительных частей постоянных распространения близки между собой до частоты $\Omega = 4.68$, выше которой они расходятся и 3+ изменяет характер частотной зависимости (рис. 4, б). При уменьшении вязкости эти ветви трансформируются в ветви, соответствующие “упругоподобным” волнам в слое без потерь.

Таким образом, учет вязкости, обусловленной движением жидкости по поровому пространству, в пористо-упругом слое приводит к перестройке спектра. Изменение поведения ветвей во многом аналогично вязкоупругому слою. Как и в вязкоупругом слое, учет вязкости приводит к “расталкиванию” ветвей, соответствующих комплексно сопряженным корням дисперсионного уравнения. В области частот, на которых комплексные ветви (в среде без затухания) выходят на вещественную

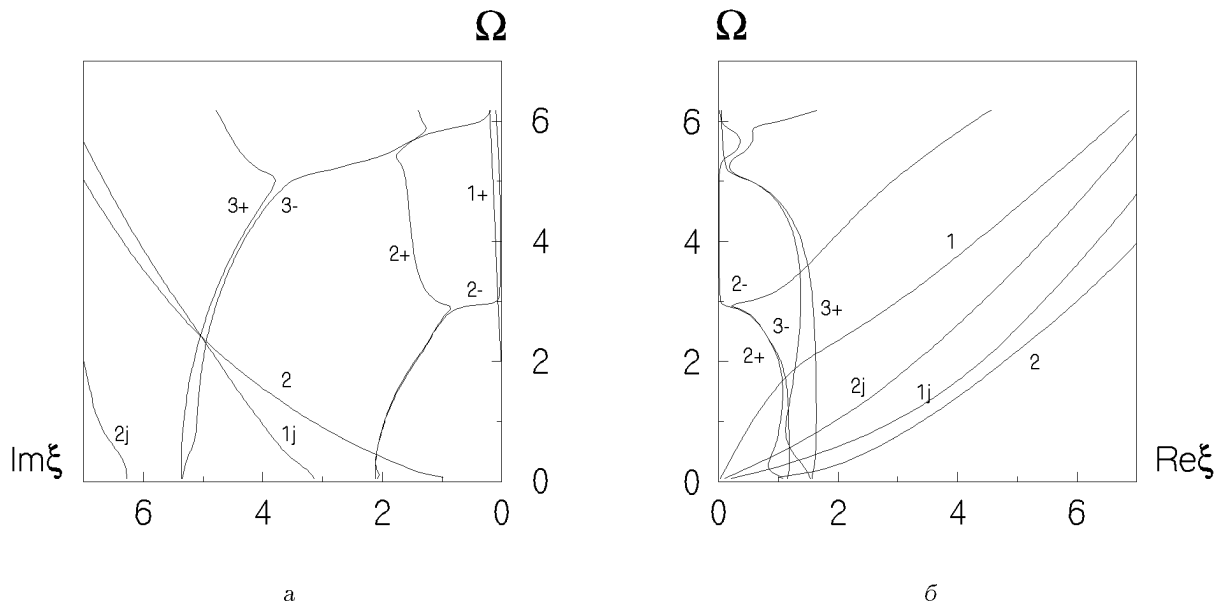


Рис. 5. Дисперсионный спектр пористо-упругого слоя с закрытыми на границе порами:

а – мнимая часть; б – действительная часть

или мнимую плоскость значений ξ , существенно изменяется поведение этих ветвей. Однако существуют и принципиальные отличия в процессе перестройки спектра в пористо-упругом слое с учетом вязкости. Прежде всего это то, что уменьшение вязкости не всегда приводит к уменьшению затухания “упругоподобной” волны на конкретной частоте. Степень влияния потока жидкости по поровому пространству на процессы в упругом скелете определяется не только вязкостью жидкости, но и проницаемостью (фильтрационным сопротивлением). Поэтому для больших величин фильтрационных сопротивлений уменьшение вязкости не приводит к заметным изменениям силы фильтрационного течения $F_1 = F \partial_t \mathbf{w}$ и слабо влияет на затухание “упругоподобных” волн. Важной особенностью дисперсионного спектра пористо-упругого слоя при учете диссипации является взаимовлияние “упругоподобных” и “жидкоподобных” мод.

Перейдем к анализу дисперсионных кривых для случая закрытых пор (уравнение (8)). Проекция ветвей на действительную и мнимую плоскости ξ показаны на рис. 5. Обозначения кривых такие же как и для спектра с открытыми порами. Отличительной особенностью рассматриваемого спектра является существование двух ветвей, исходящих из начала координат (кривые 1+ и 2). Первая мода, как и в случае открытых пор, слабо затухает. Это “упругоподобная” волна. Вторая мода, обладающая значительным затуханием, “жидко-

подобная”. Существование нормальной волны с большим затуханием в области низких частот в пористо-упругом цилиндре со свободной поверхностью при закрытых порах найдено в работе [21].

В низкочастотном пределе дисперсионное уравнение (8) приводится к виду

$$\frac{m^2 M}{1 - 2\nu} \xi^4 + \frac{\omega^2 h^2 \rho}{2\mu} \xi^2 a_1 + \left(\frac{\omega^2 h^2 \rho}{2\mu}\right)^2 \frac{C_1 H}{2} = 0. \quad (20)$$

Здесь

$$a_1 = 2(\Gamma_{22} + i\Gamma)(\mu - H) + 2Cm(\Gamma_{12} + \Gamma_{22}) - \frac{m^2 M(1 - \nu)}{1 - 2\nu};$$

ν – коэффициент Пуассона пористо-упругой среды; описание параметров H , C , M приведено в [12, 13].

В положительном направлении оси x распространяются две волны. “Жидкоподобная” волна, обозначенная цифрой 2 на рис. 5, обладает значительным затуханием. Фазовая скорость этой волны c_{f_2} меньше фазовой скорости “медленной” продольной волны. В высокочастотном пределе фазовая скорость c_{f_2} стремится к фазовой скорости c_0 , оставаясь меньше ее.

На рис. 6 представлена частотная зависимость отношения фазовой скорости “жидкоподобных” волн к фазовой скорости медленной продольной

волны в безграничной среде c_0 . Кривая 1 – отношение фазовой скорости “жидкоподобной” волны 2 к c_0 , кривая 2 – отношение фазовой скорости первой “жидкоподобной” волны 1j к c_0 . В области низких частот фазовая скорость первой “жидкоподобной” моды 1j значительно превышает скорость медленной продольной волны. Для частот $\Omega > 1.2 c_{\Phi_2}$ для моды 2 и c_{Φ_1} для моды 1j стремятся к c_0 . В данном случае, как и при открытых порах, в высокочастотной области фазовые скорости “жидкоподобных” мод высших номеров (2j, 3j, ...) стремятся к c_0 , оставаясь больше ее. В низкочастотном диапазоне, чем больше номер “жидкоподобной” моды (Nj), тем больше ее фазовая скорость.

Затухание первой “упругоподобной” волны в случае закрытых пор также имеет ряд отличий. Прежде всего, в области низких частот ($\Omega < 1.0$) эта волна практически не затухает при закрытых порах $\text{Im } \xi_1 < 2 \cdot 10^{-4}$. В случае открытых пор в этом диапазоне $\text{Im } \xi_1 < 0.6$. С увеличением частоты скорость роста затухания первой “упругоподобной” волны при закрытых порах значительно выше, чем при открытых. Действительные части постоянной распространения данной волны $\text{Re } \xi_1$ в случаях открытых и закрытых пор близки между собой во всем рассмотренном частотном диапазоне.

Характер частотной зависимости “упругоподобных” волн высших номеров для случая открытых и закрытых пор во многом подобен, однако наблюдается ряд особенностей. Рассмотрим их на примере поведения ветвей 2+ и 2–. Для данных ветвей примечательной является частота $\Omega = 2.97$. На ней $\text{Re } \xi_2^+$ достигает минимального значения и меняет характер частотной зависимости для ветви 2+, а для ветви 2– $\text{Im } \xi_2^-$ (затухание) достигает минимума и меняет характер частотной зависимости. Это является общим как для случая открытых, так и закрытых пор. Однако в случае закрытых пор действительная часть постоянной распространения ветви 2– во всем рассмотренном частотном диапазоне не изменяет знака, и явления, аналогичного “обратной” волне, не наблюдается.

Отметим общие черты поведения “жидкоподобных” и “упругоподобных” ветвей в спектре пористо-упругого слоя с открытыми и закрытыми порами.

1. “Жидкоподобные” волны обладают значительным затуханием, которое увеличивается с частотой.
2. Фазовая скорость первой “жидкоподобной”

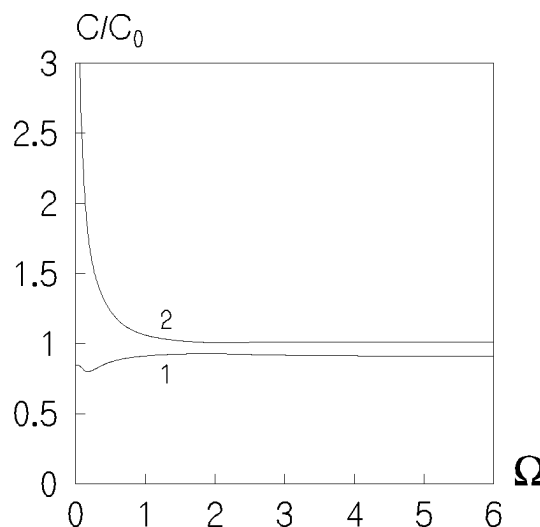


Рис. 6. Частотная зависимость фазовых скоростей “жидкоподобных” волн в пористо-упругом слое с закрытыми на границе пора́ми, нормированная на скорость медленной продольной волны

волны в высокочастотном пределе стремятся к фазовой скорости медленной продольной волны.

3. Первая “упругоподобная” волна затухает слабо. Ее фазовая скорость близка к фазовой скорости такой же волны в среде без затухания. В высокочастотном пределе фазовая скорость этой волны стремится к скорости волны Рэлея в пористо-упругой среде.
4. “Упругоподобные” волны высших номеров, соответствующие ветвям, которые начинаются на плоскости $\Omega = 0$ с корней уравнения (17) с ростом частоты “расталкиваются”. Для каждой пары этих ветвей можно выделить характерную частоту Ω^0 , которая близка к частоте локального минимума на соответствующей ветви спектра для среды без затухания. На частотах, близких к Ω^0 , наблюдается резкое изменение характера поведения одной из волн одинакового номера.
5. В дисперсионном спектре имеются частотные интервалы, внутри которых затухание “упругоподобных” волн падает с ростом частоты.

При изменении вязкости в пористо-упругом слое с закрытыми пора́ми сохраняются отмеченные закономерности поведения ветвей для слоя с открытыми пора́ми.

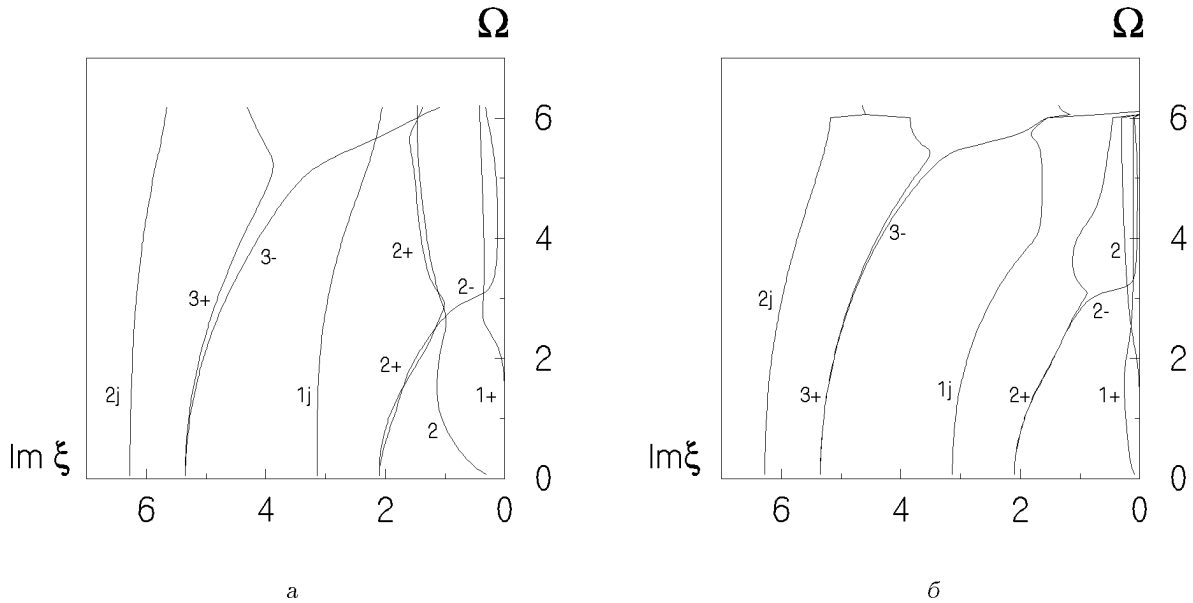


Рис. 7. Затухания нормальных волн в пористо-упругом слое с закрытыми на границе порами для различных значений кинематической вязкости:
 $a - \nu_f \sim 10^{-7}$; $b - \nu_f \sim 10^{-8}$

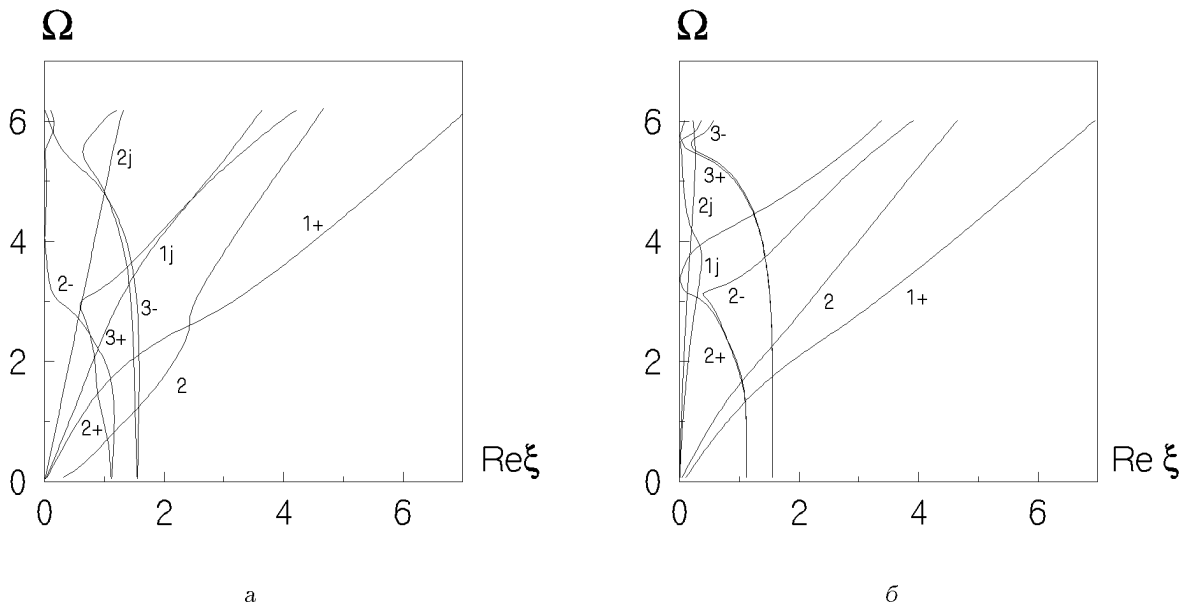


Рис. 8. Действительные части постоянных распространения нормальных волн в пористо-упругом слое с закрытыми на границе порами для различных значений кинематической вязкости:
 $a - \nu_f \sim 10^{-7}$; $b - \nu_f \sim 10^{-8}$

На рис. 7 приведены проекции дисперсионных ветвей на мнимую плоскость ξ для различных значений вязкости. Отличительной особенностью этих графиков является изменение характера затухания кривой 2 при изменении вязкости. Характер затухания этой волны наиболее сильно

меняется с изменением вязкости. Для вязкости $\nu_f = 10^{-6}$ (рис. 5, а) затухание моды 2 значительно больше, чем моды 1+, а для области высоких частот превышает затухания моды 1j. С уменьшением вязкости ситуация меняется. Для вязкости $\nu_f = 10^{-7}$ мода 2 затухает сильнее, чем “упру-

гоподобная” волна $1+$, но слабее, чем волна $1j$ (рис. 7, а). Появляются диапазоны частот, в которых затухание падает с ростом частоты. На частоте Ω^0 затухание волны 2 и “упругоподобных” волн $2+$ и $2-$ практически совпадают.

Для вязкости $\nu_f = 10^{-8}$ затухания “жидкоподобной” волны 2 и “упругоподобной” волны $1+$ одного порядка и значительно меньше, чем волны $1j$ (рис. 7, б). На частоте Ω^0 затухание “жидкоподобной” волны $1j$ приближается к затуханию “упругоподобных” волн $2+$ и $2-$.

Характер затухания “упругоподобной” волны $1+$ также меняется с уменьшением вязкости. Для вязкости $\nu_f = 10^{-8}$ появляются частотные диапазоны, внутри которых затухание первой “упругоподобной” волны падает с ростом частоты (кривая $1+$, рис. 7, б). Изменение характера затухания “упругоподобных” волн высших порядков с изменением вязкости для случая закрытых пор и открытых пор сохраняется.

На рис. 8 представлены проекции дисперсионных ветвей на действительную плоскость. С уменьшением вязкости наблюдается перестройка “жидкоподобных” ветвей. Действительные части комплексных постоянных распространения, соответствующих волнам $1j$ и $2j$, с уменьшением вязкости уменьшаются. Действительная часть постоянной распространения “жидкоподобной” волны 2 также уменьшается и стремится к величине постоянной распространения волны 2 в среде без затухания [12]. На частоте $\Omega = 2.6$ “жидкоподобная” волна 2 и “упругоподобная” волна 1 распространяются с одинаковой фазовой скоростью (рис. 7, а). Однако на этой частоте затухание моды 2 в три раза больше, чем моды $1+$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учет затухания, обусловленного относительным движением вязкой жидкости в поровом пространстве упругого скелета, приводит к трансформации дисперсионного спектра пористо-упругого слоя со свободными поверхностями. При этом оказывается удобным разделить дисперсионные ветви на “упругоподобные” и “жидкоподобные” по аналогии с дисперсионным спектром для жидкого и упругого слоя. Введение вязкости значительно сильнее сказывается на поведении “жидкоподобных” волн, чем “упругоподобных”. Перестройка спектра “упругоподобных” волн в пористо-упругом слое при введении затухания во многом подобна вязкоупругому слою. Наблюдается “расталкивание” ветвей, соответствующих комплексно сопряженным постоянным распространения.

Вблизи критических частот характер зависимости постоянной распространения от частоты резко меняется. Отличительной особенностью “упругоподобных” ветвей дисперсионного спектра пористо-упругого слоя является возможность роста затухания при уменьшении вязкости жидкости на конкретной частоте. Такое явление наблюдается в случае больших фильтрационных сопротивлений и объясняется тем, что в этом случае поток жидкости по поровому пространству слабо влияет на волновые движения в скелете.

Отличительной особенностью дисперсионного спектра пористо-упругого слоя в случае закрытых пор является существование двух ветвей, исходящих из начала координат. Затухание этих ветвей существенно отличается. Изменение вязкости также по-разному влияет на поведение этих ветвей. Первая “упругоподобная” волна $1+$ слабо затухает, и на ее поведение вязкость влияет незначительно. “Жидкоподобная” волна 2 затухает сильно, и изменение вязкости значительно меняет ее поведение.

Проведенный анализ показывает существенное отличие изменения дисперсионных свойств при учете диссипативных явлений в пористо-упругих волноводах по сравнению с упругими или жидкостными однородными волноводами. Анализ влияния диссипации позволил установить интервалы частот наиболее благоприятные для распространения сигналов в таких волноводах с точки зрения минимизации затухания.

1. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid // J. Acoust. Soc. Amer. – 1956. – **28**, N 2. – P. 168–191.
2. Био М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. – 1963. – **6**, N 82. – С. 103–134.
3. Био М. А. Обобщенная теория распространения акустических волн в диссипативных пористых средах // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. – 1963. – **6**, N 82. – С. 135–155.
4. Plona T. J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Appl. Phys. Lett. – 1980. – **36**. – P. 259–261.
5. Stoll R. D. Comments on “Biot model of sound propagation in watersaturated sand” // J. Acoust. Soc. Amer. – 1998. – **103**, N 5, Pt. 1. – P. 2723–2725.
6. Столл Р. Д. Акустические волны в водонасыщенных осадках // Акустика морских осадков. – М., 1977. – С. 28–46.
7. Stoll R. D., Bryan G. M. Wave attenuation in saturated sediments // J. Acoust. Soc. Amer. – 1970. – **47**, N 5, Pt. 2. – P. 1440–1447.
8. Oqushwitz P. R. Application of the Biot theory. 1. Low-porosity materials // J. Acoust. Soc. Amer. – 1985. – **77**, N 2. – P. 429–440.

9. *Badley M., Cheng A. H.-D., Mu Y.* From geology to geoacoustics: Evaluation of Biot–Stoll sound speed and attenuation for shallow water acoustics // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1998.– **103**, N 1.– P. 309–320.
10. *Rasolofosaon P. N. J.* Plane acoustic waves in linear viscoelastic porous media: Energy, particle displacement and physical interpretation // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1991.– **89**, N 4, Pt. 1.– P. 1532–1551.
11. *Wu K., Xue Q., Adler L.* Reflection and transmission of elastic waves from a fluid-saturated porous solid boundary // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1990.– **87**, N 6.– P. 2349–2358.
12. *Городецкая Н. С.* Симметричные колебания пористо-упругой полосы со свободными поверхностями для случая закрытых пор // *Акуст. вісн.*– 1998.– **1**, N 1.– С. 17–24.
13. *Городецкая Н. С.* Нормальные волны в пористо-упругом слое со свободными поверхностями для случая открытых пор // *Акуст. вісн.*– 1998.– **1**, N 2.– С. 65–72.
14. *Albert G. D.* A comparison between wave propagation in water-saturated and air-saturated porous materials // *J. Appl. Phys.*– 1993.– **73**, N 1.– P. 28–36.
15. *Allenborough K.* Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1983.– **73**, N 3.– P. 785–799.
16. *Yavari B., Bedford A.* Comparison of numerical calculations of two Biot coefficients with analytical solution // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1990.– **81**, N 2, Pt. 1.– P. 93–102.
17. *Johnson D. L., Koplik N. J., Dashen J.* Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media // *J. Fluid. Mech.*– 1987.– **176**– P. 379–402.
18. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 284 с.
19. *Гринченко В. Т., Комиссарова Г. Л.* Осесимметричные волны в упругом полой цилиндре, заполненном и окруженном жидкостью // *Прикл. мех.*– 1994.– **30**, N 2.– С. 15–23.
20. *Червинко О. П., Сенченков И. К.* Гармонические вязкоупругие волны в слое и бесконечном цилиндре // *Прикл. мех.*– 1986.– **22**, N 12.– С. 31–37.
21. *Berryman J. G.* Dispersion of extensional waves in fluid-saturated porous cylinders at ultrasonic frequencies // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1983.– **74**, N 6.– P. 1805–1812.