

УДК 534.121+539.3

ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭНЕРГИИ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА В СОСТАВНОМ ВОЛНОВОДЕ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 19.09.2000 ♦ Пересмотрено 10.02.2001

На основе метода суперпозиции проводится расчет трансформации энергии первой нормальной волны на границе раздела в волноводе, образованном жестким контактом двух полуполос одинаковой ширины, но с разными механическими характеристиками. В области частот, в которой в обеих полуполосах существует только по одной распространяющейся волне в отраженном и прошедшем полях, наблюдается явление резкого увеличения прозрачности границы, а в более высокочастотной области явление резкого увеличения отражающих свойств границы (захват энергии). Оба явления могут быть качественно исследованы, если падающую волну представить через суперпозицию Р- и SV-волн и проанализировать особенности прохождения–отражения волн на границе раздела двух полупространств. Явление увеличения прозрачности границы связано с особенностями передачи энергии во вторую среду SV-волнами. Захват энергии обусловлен перестройкой волнового поля вблизи частот, на которых на границе раздела появляется распространяющаяся Р-волна. Частота, на которой наблюдается захват энергии, может быть смещена в более низкочастотную область за счет изменения дисперсионных характеристик распространяющихся в отраженном и прошедшем полях волн.

На базі методу суперпозицій проводиться розрахунок трансформації енергії першої нормальної хвилі на межі розділу в хвилепроводі, утвореному жорстким контактом двох напівсмуг однакової ширини, але з різними механічними властивостями. В області частот, на яких в обох напівсмугах може існувати тільки одна хвиля, що розповсюджується, спостерігаються явища значного підвищення прозорості межі, а на більш високих частотах явище збільшення відбитої енергії (захват енергії). Обидва явища можуть бути пояснені, якщо розглянути падаючу хвилю як суперпозицію Р- та SV-хвиль та проаналізувати особливості передачі енергії в друге середовище на межі двох напівпросторів. Явище збільшення прозорості межі обумовлене особливостями передачі енергії в друге середовище SV-хвилями. Захват енергії обумовлений перебудовою хвильового поля в околі частоти, на якій на межі розділу двох середовищ з'являється Р-хвиля, що розповсюджується. Частота, на якій спостерігається захват енергії, може бути зміщена в області більш низьких частот за рахунок зміни дисперсійних характеристик хвиль, що розповсюджуються в розсіяному полі.

On the basis of a method of a superposition the calculation of a transformation energy of the first normal wave is carried out for the waveguide formed by a strong contact of the two halfstrips of identical width, but different elastic properties. The phenomenon of a sharp increasing boundary clarity and the phenomenon of a sharp increasing reflected properties of the boundary (energy trapping) in more high-frequency area are observed in a range of frequencies where there are one reflected propagating wave and one transmitted propagating wave. Both those phenomena can be qualitatively analysed if the falling wave is presented as the superposition of P- and SV-waves. Then the features of the reflected and transmitted waves on the boundary of the two half-spaces can be analysed. The phenomenon of a sharp increasing boundary clarity is caused by the feature of the energy transmitted to the second half-space by SV-wave. The energy trapping is caused by reorganization of wave field in the vicinity of frequencies on which the propagating P-wave occurs on the boundary. Frequency where the energy trapping is found can be displaced in a lower area if the dispersion properties of the propagating waves are changed.

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к задачам дифракции волн в нерегулярных волноводах возник достаточно давно, однако до настоящего времени анализу физических аспектов формирования волнового поля уделялось сравнительно мало внимания. Это обусловлено, в частности, трудностями, возникающими при расчете напряженно-деформированного состояния в окрестности угловой точки на границе раздела двух полуполос. Известно, что в точках смены типа граничных условий возможно существование локальных особенностей по напряжениям [1–3]. В этом случае ряды, представляющие напряжение через нормальные волны, расходятся на конечном интервале, длина которого определяется степенью сингулярности поля напряжений.

Работа [4] была одной из первых, в которой

в точной постановке рассматривалась задача о распространении волн в продольно-неоднородном волноводе с одной границей раздела свойств сред. В ней граничная задача решалась в рамках метода однородных решений с использованием вариационного принципа. При этом анализ волновых полей в этой работе не проводился, однако отмечались трудности, возникающие при удовлетворении условий сопряжения.

В целом, в рассматриваемой задаче имеются два аспекта. С одной стороны, возникает необходимость в разработке метода решения граничной задачи, который был бы способен адекватно описывать наличие локальных особенностей по напряжениям. С другой, для понимания физической основы наблюдаемых явлений важен анализ структуры дифрагированного поля и роли отдельных волновых компонент в его формировании.

Разными исследователями граничная задача для составного волновода рассматривалась как в рамках метода однородных решений, так и методом суперпозиции. В рамках метода однородных решений в случае наличия особенности по напряжениям в угловой точке ряды для напряжений являются неоднородными по длине волновода и расходятся на отрезке $h|1 \div 2 \cdot \tilde{\epsilon}| \leq y \leq h$ (h – высота волновода, $\tilde{\epsilon}$ – показатель особенности) [5, 6].

В работах [7–9] улучшение сходимости рядов для напряжений на этом интервале достигалось за счет применения обобщенных методов суммирования и регуляризации. Граничная задача решалась в рамках метода однородных решений с использованием условия обобщенной ортогональности [10]. В [11] этот метод был обобщен на волноводы разной высоты и с наличием вертикальных дефектов. В [12] с использованием соотношения обобщенной ортогональности предложен метод разложения по ортогональным полиномам с весом, учитывающим локальную особенность поля напряжений в угловой точке. В [13] также рассматривалась граничная задача для жесткого контакта двух полуполос. В этой работе применялся метод, основанный на использовании решений вспомогательных граничных задач для изолированных полуполос с заданными граничными условиями. Этот метод позволяет учитывать особенность по напряжениям в угловых точках на линии контакта. В [14] на основе использования условия обобщенной ортогональности было предложено обобщение методов выделения особенностей на случай составных волноводов. Метод суперпозиции для решения граничных задач для составного волновода был развит в работах [15, 16]. Он позволяет учесть локальную особенность по напряжениям в угловой точке через асимптотику неизвестных и избежать трудностей, возникающих при формировании вычислительных алгоритмов, связанных с локальным нарушением сходимости рядов по однородным решениям.

Значительно меньше внимания уделялось анализу физических аспектов рассматриваемой задачи. При анализе энергетических особенностей процесса отражения – прохождения волн на границе раздела в составном волноводе было обнаружено резкое увеличение эффективности отражения на определенных частотах. Эффект резкого падения прозрачности границы раздела в волноводе (и увеличения эффективности отражения от нее в определенном частотном диапазоне) обуславливает возникновение так называемого захвата энергии в неоднородных колебательных системах. Впервые захват энергии наблюдался экс-

периментально при изучении колебаний пьезоэлектрической пластины, часть поверхности которой покрыта электродами [17]. Именно за счет различий механических свойств пьезоэлектрики в электродированной и неэлектродированной области формируется локализованная область интенсивных колебаний в пьезоупругом теле. Особенность динамического деформирования пьезоэлектрической пластины, определенная как захват энергии, проявлялась в том, что на определенных частотах возбуждения электродированного участка пластины область интенсивных колебаний практически совпадала с областью, покрытой электродами, а колебания соседних, неэлектродированных участков имели существенно более низкую амплитуду. Анализ захвата энергии авторы работы [17] основывали на изучении процесса отражения – прохождения волн на границе раздела со стыкованных полуполос с разными механическими свойствами. Эффектом электроэластической связи при этом пренебрегали.

Явление захвата энергии в [18], а впоследствии в [7, 8], связывалось с перераспределением энергии падающей волны между одной прошедшей и несколькими отраженными распространяющимися волнами. При этом в отраженном поле наиболее энергоемкой оказывается “обратная” волна. В [12–14, 19] захват энергии объяснялся возникновением энергетических вихрей, которые “перегораживают” волновод. В этих работах также отмечалось, что энергетические вихри возникают на частотах, близких к частотам запираания волновода. Во всех отмеченных работах анализ эффективности отражения от границы раздела в зависимости от параметров контактирующих сред не проводился.

В [7, 8, 18] указывалось на значительное увеличение амплитуд неоднородных волн в том диапазоне частот, когда в обеих полуполосах существует только по одной распространяющейся волне. В [7, 16] был установлен еще один эффект – резкое увеличение прозрачности стыка в диапазоне частот, когда в отраженном и прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне. В данных работах приведены количественные данные, характеризующие это явление.

Значительная зависимость энергий отраженного и прошедших полей от частоты в диапазоне частот, для которого существуют только одна отраженная и одна прошедшая распространяющиеся волны, связывалась с сильным возбуждением неоднородных волн. В [16] также было отмечено, что значительное возбуждение неоднородных волн наблюдается на частотах, где рассогласованность

формы смещения, обусловленного распространяющимися волнами в отраженном и прошедшем полях, максимальна.

В данной работе особенности формирования волновых полей на границе контакта в зависимости от частоты в составном волноводе связываются со спецификой процесса отражения – прохождения упругих волн на границе раздела двух полупространств. Показано, что явление увеличения прозрачности границы в составном волноводе может быть объяснено особенностями отражения – прохождения SV-волн на границе двух полупространств, если представить падающую волну как суперпозицию SV- и P-волн. В свою очередь, явление захвата энергии обусловлено значительной перестройкой структуры волнового поля в области критических (для P-волны) углов. Кроме того, установлено, что за счет изменения дисперсионных свойств распространяющихся волн, обусловленных изменением механических характеристик контактирующих сред, явление захвата энергии удастся сместить в диапазон частот, в котором и в отраженном, и в прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается стационарное волновое поле в упругом волноводе, образованном жестким соединением двух упругих полуполос одинаковой высоты $2h$, но с разными механическими характеристиками (рис. 1). Волновое поле возбуждается первой нормальной волной $\mathbf{u}^{(0)}$, приходящей из бесконечности в правой полуполосе. Падающей волне соответствует индекс 0. Индексы 1 и 2 относятся к левой и правой полуполосам соответственно. Свойства изотропных сред характеризуются модулями сдвига μ_1, μ_2 , коэффициентами Пуассона ν_1, ν_2 и плотностями ρ_1, ρ_2 . Поверхности $Y = \pm h$ свободны от напряжений. В дальнейшем математическая постановка и решение осуществляются в безразмерных координатах $y = Y/h, z = Z/h$.

В зоне контакта условия сопряжения записываются в виде

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)}(y, 0) &= \sigma_z^{(2)}(y, 0) + \sigma_z^{(0)}(y, 0), \\ \tau_{zy}^{(1)}(y, 0) &= \tau_{zy}^{(2)}(y, 0) + \tau_{zy}^{(0)}(y, 0), \\ u_y^{(1)} &= u_y^{(2)} + u_y^{(0)}, \\ u_z^{(1)} &= u_z^{(2)} + u_z^{(0)}.\end{aligned}\quad (1)$$

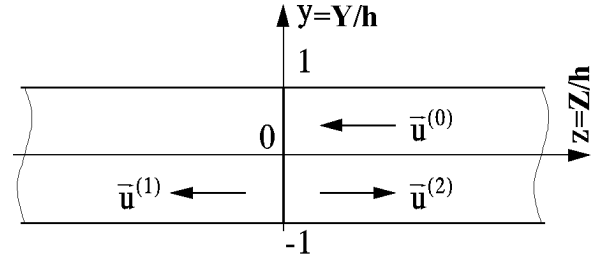


Рис. 1. Геометрия задачи

В данной постановке требуется найти вектор смещений $\mathbf{u} = \{u_y(y, z), u_z(y, z)\}$, удовлетворяющий однородной системе уравнений Ламе с заданным граничным условием и условиями сопряжения (1). Дополнительно к условиям сопряжения (1) должны выполняться условия излучения на бесконечности, заключающиеся в том, что каждая распространяющаяся нормальная волна в прошедшем и отраженном поле уносит энергию от границы раздела на бесконечность.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

В данной статье использовался метод суперпозиции, который применительно к поставленной граничной задаче подробно описан в [16].

Следуя общей схеме метода суперпозиции, компоненты вектора смещений в прошедшем поле ($z < 0$) представим в виде

$$\begin{aligned}u_y^{(1)} &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k^{(1)} \beta_k e^{q_1^{(1)} z} - D_k^{(1)} q_2^{(1)} e^{q_2^{(1)} z} \right) \sin \beta_k y + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^{(1)}(\tau) U_y^{(1)}(\tau, y) e^{-i\tau z} d\tau, \\ u_z^{(1)} &= -iC_0^{(1)} \Omega_1^{(1)} e^{i\Omega_1^{(1)} z} + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k^{(1)} q_1^{(1)} e^{q_1^{(1)} z} - D_k^{(1)} \beta_k e^{q_2^{(1)} z} \right) \cos \beta_k y - \\ &- \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^{(1)}(\tau) U_z^{(1)}(\tau, y) e^{-i\tau z} d\tau\end{aligned}\quad (2)$$

с неизвестными постоянными $C_0^{(1)}, C_k^{(1)}, D_k^{(1)}$ ($k=1, 2, \dots$) и функцией $x^{(1)}(\tau)$. Решение для второй полуполосы ($z > 0$), аналогично [15], получаем

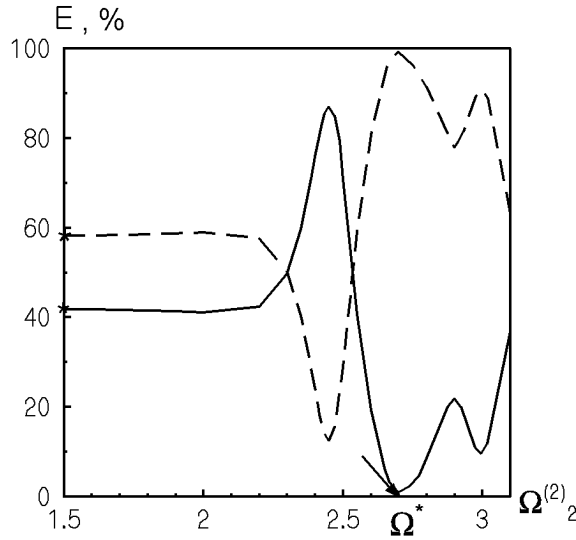


Рис. 2. Зависимость энергии от частоты при $\nu_1=0.3$, $\nu_2=0.29$:
сплошная – прошедшее поле,
штриховая – отраженное поле

из соотношений (2) путем замены соответственно

$$(y, z, u_y^{(1)}, u_z^{(1)}, C_0^{(1)}, C_k^{(1)}, D_k^{(1)}, x(\tau)^{(1)})$$

на

$$(y, -z, u_y^{(2)}, -u_z^{(2)}, C_0^{(2)}, C_k^{(2)}, -B_k^{(2)}, x(\tau)^{(2)}).$$

Кроме того, необходимо учесть, что $\Omega_1^{(i)} = \omega h / c_{(l)}^{(i)}$ и $\Omega_2^{(i)} = \omega h / c_{(s)}^{(i)}$, где $c_{(l)}^{(i)}$ и $c_{(s)}^{(i)}$ – скорости продольной и поперечной волн в i -ой полуполосе. Здесь и далее все функциональные обозначения совпадают с обозначениями, применявшимися в [16].

Выполнение граничных условий на поверхностях $y = \pm 1$ и условий сопряжения (1) приводит к системе интегро-алгебраических уравнений относительно неизвестных $C_0^{(i)}, C_k^{(i)}, D_k^{(i)}, x^{(i)}(\tau)$ ($i, k = 1, 2, \dots$), которая приведена в [16]. Алгоритм решения этой системы и анализ асимптотических свойств неизвестных в соответствии с характером локальной особенности по напряжениям в угловой точке приведен в [16]. Поэтому здесь нет необходимости подробно останавливаться на них.

3. ЭНЕРГИИ ОТРАЖЕННОГО И ПРОШЕДШЕГО ПОЛЕЙ

Перейдем к анализу численных результатов. Рассмотрим трансформацию энергии падающей волны в отраженные и прошедшие волны. Средний за период поток мощности в отраженном поле

равен сумме потоков, переносимых каждой распространяющейся волной, которая может существовать на данной частоте. Он определяется соотношениями

$$E = \sum_{j=1}^J E_j,$$

$$E_j = \mu_2 \omega |K_j|^2 \Omega_2^{(2)} (\xi_j^{(2)2} - \Omega_1^{(2)2}) \frac{\Delta'^{(2)}(\xi_j)}{2}, \quad (3)$$

$$\Delta(\xi) = (2\xi^2 - \Omega_2)^2 \alpha_1 \operatorname{cth} \alpha_1 - 4\xi^2 \alpha_1^2 \alpha_2 \operatorname{cth} \alpha_2.$$

Здесь

$$\alpha_j = \begin{cases} \sqrt{\xi^2 - \Omega_j^2}, & |\xi| \geq \Omega_j, \\ -i\sqrt{\Omega_j^2 - \xi^2}, & |\xi| < \Omega_j; \end{cases} \quad (4)$$

J – количество распространяющихся волн в отраженном поле; K_j – коэффициент возбуждения j -ой нормальной волны; ξ_j – постоянная распространения j -ой нормальной волны.

Коэффициенты K_j для j -ой нормальной волны в отраженном поле определяются как вычеты функции $x^{(2)}(\tau)$ при $\tau = \xi_j$:

$$K_j^{(\text{пр})} = \operatorname{Res}_{\tau=\xi_j} x^{(2)}(\tau). \quad (5)$$

Рассмотрим особенности процесса отражения – прохождения первой нормальной волны от границы раздела в составном волноводе для случая, когда в отраженном поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в прошедшем. Такая ситуация возможна при условии

$$\mu_1(1 - \nu_1)/\rho_1(1 - 2\nu_1) > \mu_2(1 - \nu_2)/\rho_2(1 - 2\nu_2).$$

Проведем анализ для частот, меньших частоты первого толщинно-сдвигового резонанса в отраженном поле: $\Omega_2^{(2)} \leq \pi$. Конкретные вычисления выполним для волновода с характеристиками $\mu_2/\mu_1 = 6.54$, $\rho_2/\rho_1 = 8.50$, $\nu_2 = 0.29$, $\nu_1 = 0.3$. В этом случае возникает степенная особенность по напряжениям в угловой точке, имеющая показатель $1 - \epsilon = 0.123$. Отношение импедансов контактирующих сред будет $Z_{21} = Z_2^{(s)}/Z_1^{(s)} = 7.46$. Здесь $Z_i^{(s)} = \rho_i c_{(s)}^{(i)}$ – импеданс по поперечной волне в i -ой среде.

Вначале рассмотрим энергетические характеристики волнового поля. На рис. 2 представлена частотная зависимость трансформации энергии падающей волны в отраженные и прошедшие распространяющиеся волны. Сплошная кривая соответствует энергии прошедшего поля, а штриховая –

отраженного. Маркерами на оси E обозначены энергии отраженного и прошедшего полей, найденные по одномерному приближению. Через Ω^* обозначена частота, на которой в отраженном поле появляются распространяющиеся волны высших порядков. В рассматриваемом диапазоне частот в прошедшем поле распространяющиеся волны высших порядков еще не появляются. Для частот вплоть до $\Omega_2^{(2)} < 2$ распределение энергии между отраженной и прошедшей волной достаточно хорошо описывается в рамках стержневой модели и определяется только соотношением импедансов контактирующих сред. Для частот выше $\Omega_2^{(2)} > 2$ ситуация изменяется, хотя в отраженном и прошедшем полях, по-прежнему, существует только по одной распространяющейся волне. Здесь энергия прошедшего поля начинает увеличиваться и на частоте $\Omega_2^{(2)} = 2.45$ наблюдается максимум прохождения. На этой частоте энергия прошедшего поля увеличивается в 2.1 раз относительно энергии прошедшего поля в низкочастотном диапазоне.

При дальнейшем росте частоты в трансформации энергии падающей волны наблюдается следующая характерная особенность. Энергия прошедшего поля уменьшается и при появлении в отраженном поле распространяющихся волн высших порядков наблюдается максимум отражения. В данном случае это происходит на частоте Ω^* . Для рассматриваемой пары материалов вблизи частоты Ω^* наблюдается ярко выраженный захват энергии. Здесь энергия во вторую среду практически не проходит.

Для качественного объяснения наблюдаемых особенностей процесса отражения – прохождения нормальных волн на границе раздела сред составного волновода в области частот, для которой существуют только по одной распространяющейся отраженной и прошедшей волне, рассмотрим падающую волну как суперпозицию SV- и P-волн. Это представление не является искусственным. В самих выражениях (2) для компонентов вектора смещений в суммах четко выделяются слагаемые, соответствующие продольным (нижний индекс 1) и поперечным (нижний индекс 2) волнам. В интегральном слагаемом такого разделения не видно только потому, что это выражение уже приспособлено к нулевым условиям для касательных напряжений на поверхностях $y = \pm 1$. В рассматриваемом частотном диапазоне ($\Omega_2 \leq \Omega^*$), при отражении от границ $y = \pm 1$, поперечная SV-волна является распространяющейся, а P-волна – неоднородной.

Рассмотрим падение распространяющейся SV-

волны на границу раздела двух сред $z=0$, $|y| \leq 1$. Во второй среде распространяется SV-волна, которая падает на границу раздела с боковой поверхности $y = -1$ и описывается потенциалом

$$\psi^{(0)} = \Psi_0 e^{i\xi_y^{(2)} y} e^{-ik_s^{(2)} z \sin \gamma_1},$$

$$\xi_y^{(2)} = \frac{\sqrt{\Omega_2^{(2)2} - \xi^{(2)2}}}{\Omega_2^{(2)}}, \quad \sin \gamma_1 = \frac{\xi^{(2)}}{\Omega_2^{(2)}}.$$

В соответствии с возможностью существования двух типов волн, отраженное и прошедшее поле представим как суперпозицию продольных (P) и поперечных (SV) волн:

$$\psi^{(2)} = \Psi_2 e^{ik_s^{(2)} y \cos \gamma_2} e^{ik_s^{(2)} z \sin \gamma_2},$$

$$\phi^{(2)} = \Phi_2 e^{ik_l^{(2)} y \cos \theta_2} e^{ik_l^{(2)} z \sin \theta_2}$$

$$\psi^{(1)} = \Psi_1 e^{ik_s^{(1)} y \cos \gamma_1} e^{ik_s^{(1)} z \sin \gamma_1},$$

$$\phi^{(1)} = \Phi_1 e^{ik_l^{(1)} y \cos \theta_1} e^{ik_l^{(1)} z \sin \theta_1}.$$

Здесь $k_s^{(i)} = \omega/c_s^{(i)}$, индексы $i = 1, 2$, соответствуют первой и второй средам.

В соответствии с законом Снеллиуса

$$\xi_y^{(2)} = k_s^{(2)} \cos \gamma_2 = k_l^{(2)} \cos \theta_2 =$$

$$= k_l^{(1)} \cos \theta_1 = k_s^{(1)} \cos \gamma_1.$$

Амплитуды отраженных и прошедших P- и SV-волн находим из граничных условий (1). Используя соотношения закона Гука, выражения для напряжений, через потенциалы продольной и поперечной волн ϕ и ψ записываем в виде

$$\frac{\sigma_{zz}}{2\mu} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\nu k_l^2}{2(1-\nu)} \phi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial z},$$

$$\frac{\tau_{zy}}{2\mu} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}.$$
(6)

Выполняя граничные условия (1), приходим к сле-

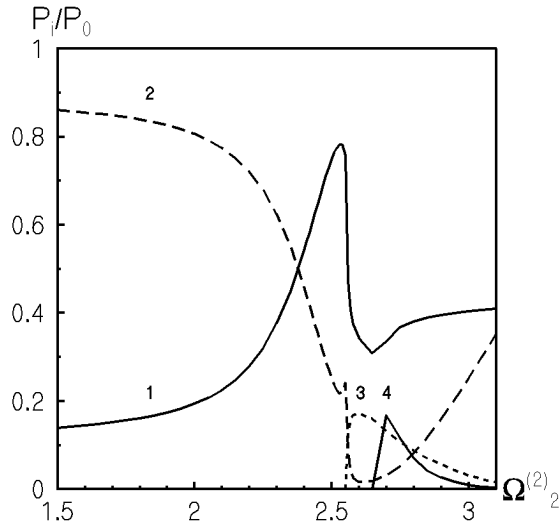


Рис. 3. Распределение энергии падающей SV-волны между отраженными и прошедшими волнами в зависимости от частоты при $\nu_1 = 0.3$, $\nu_2 = 0.29$:

сплошная – прошедшее поле,
штриховая – отраженное поле

дующей системе четырех уравнений:

$$\begin{aligned}
 -r_2\Phi_2 - r_1\Phi_1 - \Psi_2 + \Psi_1 &= \Psi_0, \\
 -\Phi_2 + \Phi_1 + s_2\Psi_2 + s_1\Psi_1 &= s_2\Psi_0, \\
 (s_2^2 - 1)\Phi_2 - \frac{\mu_1}{\mu_2}(s_1^2 - 1)\Phi_1 + 2s_2\Psi_2 + \\
 + 2\frac{\mu_1}{\mu_2}s_1\Psi_1 &= 2s_2\Psi_0, \\
 2r_2\Phi_2 + 2\frac{\mu_1}{\mu_2}r_1\Phi_1 - (s_2^2 - 1)\Psi_2 + \\
 + \frac{\mu_1}{\mu_2}(s_1^2 - 1)\Psi_1 &= (s_2^2 - 1)\Psi_0.
 \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $r_1 = \tan \theta_1$; $r_2 = \tan \theta_2$; $s_1 = \tan \gamma_1$, $s_2 = \tan \gamma_2$. Если какая-либо из рассматриваемых волн является неоднородной, система (7) становится системой с комплексными коэффициентами. Комплексными становятся также амплитуды волн.

Для анализа энергетических характеристик рассмотрим нормальную к границе раздела составляющую среднего за период вектора потока мощности $\bar{P}_z$:

$$\bar{P}_z = -\frac{i\omega}{4} \left(\sigma_{zz} u_z^* - \sigma_{zz}^* u_z + \tau_{zy} u_y^* - \tau_{zy}^* u_y \right).$$

Для потока мощности во второй среде получаем следующее выражение:

$$\bar{P}_z^{(2)} = \frac{\mu_2}{2} \omega \xi_y^3 (1 + s_2^2) (s_2 \Psi_0^2 - s_2 \Psi_2^2 - r_2 \Phi_2^2). \quad (8)$$

Аналогично, в первой среде

$$\bar{P}_z^{(1)} = \frac{\mu_1}{2} \omega \xi_y^3 (1 + s_1^2) (s_1 \Psi_1^2 + r_1 \Phi_1^2). \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) соответствуют случаям докритического отражения и докритического преломления. Если какая-либо из совокупности возбуждаемых волн становится неоднородной, соотношения для $\bar{P}_z^{(i)}$ приобретают иной вид. Для записи среднего за период потока мощности в каждой из сред необходимо учесть, что $\bar{P}_z$ для неоднородной волны равен нулю. Когда неоднородной становится прошедшая Р-волна, то

$$\bar{P}_z^{(1)} = \frac{\mu_1}{2} \omega \xi_y^3 (1 + s_1^2) s_1 |\Psi_1|^2.$$

Если в отраженном поле Р-волна становится неоднородной, то

$$\bar{P}_z^{(2)} = \frac{\mu_2}{2} \omega \xi_y^3 (1 + s_2^2) \left(s_2 \Psi_0^2 - s_2 |\Psi_2|^2 \right).$$

На рис. 3 приведено распределение энергии между различными типами движения при падении на границу раздела SV-волны. Кривая 1 соответствует отраженной SV-волне, кривая 2 – прошедшей SV-волне, кривая 3 – отраженной Р-волне, кривая 4 – прошедшей Р-волне. Необходимо отметить, что ее амплитуда на графике увеличена в 100 раз. В области относительно низких частот ($\Omega_2 \leq 1.5$) возбуждаются только поперечные отраженные и прошедшие волны, а энергия между ними распределяется в соответствии с величинами волновых сопротивлений распространению поперечных волн. С ростом частоты энергосодержание отраженной SV-волны падает, а прошедшей – увеличивается. На частоте $\Omega_2^{(2)} = 2.38$ энергия падающей волны делится между отраженным и прошедшими волнами пополам. При дальнейшем росте частоты большая часть энергии проходит в первую среду. На частоте $\Omega_2^{(2)} = 2.53$ доля энергии, прошедшей в первую среду, достигает максимума. В соответствии с законом сохранения энергии, на этой же частоте экстремум имеет отраженная энергия.

При увеличении частоты до $\Omega_2^{(2)} = 2.56$ в отраженном поле появляется распространяющаяся Р-волна и характер волнового поля изменяется. Так, наблюдается резкое уменьшение количества энергии, переносимой в первую среду. Энергия отраженного поля, переносимая SV-волной, также резко падает, а энергия, переносимая Р-волной, растет. В окрестности частоты, на которой появляется отраженная распространяющаяся Р-волна (критический угол), наблюдаются существенные изменения в трансформации энергии

падающей SV-волны в отраженные и прошедшие волны. На частоте $\Omega_2^{(2)} = 2.65$ энергия, проходящая в первую среду, минимальна. При дальнейшем росте частоты, начиная с $\Omega_2^{(2)} = 2.70$, и в прошедшем поле появляется распространяющаяся Р-волна. Однако этот частотный диапазон не подлежит рассмотрению, так как в полуполосе, в которой распространяется падающая нормальная волна, для частот выше $\Omega_2^{(2)} = 2.70$ появляются распространяющиеся нормальные волны высших порядков, в значительной мере определяющие энергию отраженного поля.

При сравнении данных на рис. 2 и 3 можно говорить, что в области частот, когда в составном волноводе в отраженном и прошедшем поле существует только по одной распространяющейся волне, явление увеличения прозрачности границы раздела обуславливается значительным увеличением энергии, переносимой в первую среду SV-волной. При этом максимум прохождения наблюдается ниже частоты, которой соответствует критический угол для отраженной Р-волны. Несовпадение частоты, на которой наблюдается максимальная прозрачность границы в составном волноводе (см. рис. 2), с частотой, на которой прошедшая SV-волна наиболее энергоемка (см. рис. 3), обусловлено тем, что в составном волноводе падающее поле нельзя представить только SV-волной, а нормальная волна состоит как из SV-волны, так и из Р-волны. В рассматриваемом частотном диапазоне SV-волна является распространяющейся, а Р-волна – неоднородной.

Несмотря на изложенные замечания, приведенные данные позволяют качественно связать особенности процесса отражения – прохождения на границе раздела двух жестко соединенных полуполос со спецификой отражения – прохождения SV-волны на границе раздела двух жестко соединенных полупространств.

Важным моментом для рассматриваемого диапазона частот является возникновение в отраженном поле распространяющейся Р-волны при падении SV-волны на границу раздела двух сред. Здесь же при разложении первой нормальной волны на SV- и Р-волны, отражающиеся от боковых поверхностей, Р-волна оказывается неоднородной. Возникновение распространяющейся Р-волны на границе $z=0$ является причиной перестройки волнового поля в ближней зоне. Это приводит к сильному возбуждению неоднородных волн вблизи границы раздела. Особенности возбуждения неоднородных волн в отраженном и прошедшем полях для составного волновода проанализированы в [16].

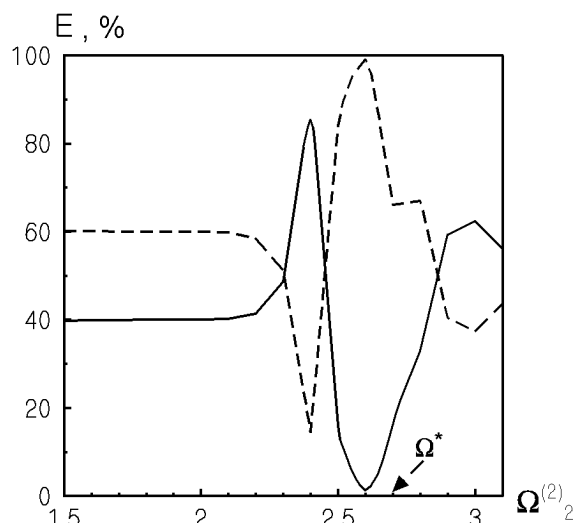


Рис. 4. Зависимость энергии от частоты при $\nu_1 = 0.17$, $\nu_2 = 0.29$:

сплошная – прошедшее поле,
штриховая – отраженное поле

Остановимся на анализе влияния изменения дисперсионных характеристик распространяющихся волн на особенности трансформации энергии падающей волны в отраженные и прошедшие волны. Для этого изменим коэффициент Пуассона для первой среды $\nu_1 = 0.17$ (область прошедшего поля). Это приводит к уменьшению частоты запирания для второй нормальной распространяющейся волны и возникновению особенности по напряжениям в угловой точке, имеющей показатель $1 - \epsilon = 0.095$. Отметим, что отношение импедансов контактирующих сред по поперечной волне остается прежним.

На рис. 4 представлена частотная зависимость трансформации энергии падающей волны в отраженные и прошедшие распространяющиеся волны для рассматриваемого волновода. Сплошная кривая соответствует энергии прошедшего поля, а штриховая – отраженного. Сравнивая данные, приведенные на рис. 2 и 4, прежде всего следует отметить, что граница является максимально отражающей на частоте $\Omega_2^{(2)} = 2.6$, когда в отраженном и прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне. Таким образом, захват энергии может наблюдаться на частотах ниже частоты Ω^* , и в общем случае его не следует связывать с возбуждением в отраженном поле распространяющихся волн высших порядков. Максимальная прозрачность границы также наблюдается на более низкой частоте, по сравнению с пер-

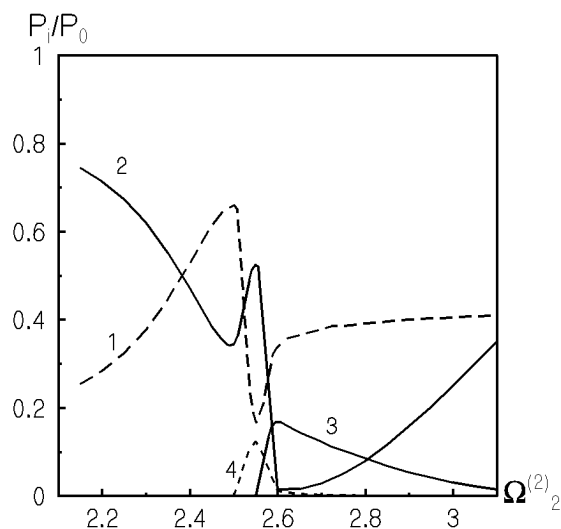


Рис. 5. Распределение энергии падающей SV-волны между отраженными и прошедшими волнами в зависимости от частоты при $\nu_1=0.17$, $\nu_2=0.29$:

сплошная – прошедшее поле,
штриховая – отраженное поле

вым рассмотренным случаем (см. рис. 2).

Для качественного анализа процесса рассеивания вновь рассмотрим падающую волну как суперпозицию SV- и P-волн. На рис. 5 приведено распределение энергии между различными типами движения при падении на границу раздела SV-волны. Как и на рис. 3, кривая 1 соответствует отраженной SV-волне, кривая 2 – прошедшей SV-волне, кривая 3 – отраженной P-волне, кривая 4 – прошедшей P-волне (амплитуда последней вновь увеличена в 100 раз). Главные отличия между данными рис. 5 и 3 заключаются в том, что изменение коэффициента Пуассона первой среды (зона прошедшего поля) приводит к изменению критического угла для распространяющейся P-волны в прошедшем поле. Распространяющаяся в первой среде P-волна появляется на более низкой частоте. Кроме того, она возбуждается значительно интенсивнее. Аналогично рассмотренным выше случаям, вблизи частот, соответствующих критическим углам, наблюдаются существенные изменения в распределении энергии по отдельным типам движения при незначительном изменении частоты. При этом сохраняется увеличение энергосодержания прошедшей SV-волны в диапазоне, лежащем ниже частоты, соответствующей критическим углам.

Таким образом, для обоих рассмотренных случаев явление увеличения прозрачности границы в составном волноводе наблюдается в области ча-

стот, где существует только по одной распространяющейся волне в отраженном и прошедшем полях. Это явление обусловлено увеличением энергосодержания прошедшей SV-волны, и его эффективность зависит от соотношения импедансов контактирующих сред. Усиление отражающих свойств границы, наблюдаемое в более высокочастотной области, обусловлено перестройкой структуры волнового поля. Это явление связано с появлением распространяющихся P-волн на границе раздела двух сред при отражении SV-волны от границы в составном волноводе. Во всех случаях в той области частот, где в отраженном и прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне и наблюдается существенная зависимость отражающих свойств границы от частоты, происходит значительное возбуждение неоднородных волн.

ВЫВОДЫ

Рассмотрены частотные зависимости энергии отраженного и прошедшего полей в волноводе, образованном жестким контактом двух полуполос одинаковой ширины, но с различными механическими характеристиками. Установлено, что в области частот, в которой в отраженном и прошедшем полях может существовать только по одной распространяющейся нормальной волне, наблюдается сильная зависимость энергии отраженного и прошедшего полей от частоты. При этом возможно как значительное увеличение прозрачности границы раздела, так и увеличение ее отражающих свойств.

Увеличение прозрачности границы раздела наблюдается в более низкочастотной области, чем эффект резкого увеличения отражающих свойств границы (захват энергии). Захват энергии может быть смещен в частотный диапазон, в котором и в отраженном, и в прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне за счет изменения дисперсионных характеристик волн, распространяющихся в отраженном и прошедшем полях. Оба явления качественно можно объяснить, если представить падающую волну как суперпозицию P- и SV-волн и проанализировать особенности процесса отражения – прохождения этих волн на границе раздела двух полупространств. В рассматриваемом частотном диапазоне падающую волну можно представить неоднородной P-волной и распространяющейся SV-волной. При отражении от границы раздела двух полупространств с соответствующими механическими свойствами наблюда-

ется сильная частотная зависимость трансформации SV-волны в отраженные и прошедшие волны. При этом можно выделить частотный диапазон, в котором основная часть энергии падающей SV-волны передается во вторую среду SV-волнами. Здесь распространяющимися как в отраженном, так и в прошедшем полях являются SV-волны, а Р-волны в обеих средах неоднородны. Указанный диапазон оказался близким к частотам, на которых наблюдается резкое увеличение прозрачности границы в составном волноводе.

Таким образом, явление увеличения прозрачности границы обусловлено особенностями передачи энергии SV-волнами во вторую среду.

В более высокочастотном диапазоне при отражении SV-волны от границы раздела сред появляется распространяющаяся Р-волна. Вблизи критических углов падения наблюдается значительная перестройка волнового поля и резкое увеличение энергии, проходящей во вторую среду. Таким образом, в составном волноводе захват энергии связан с перестройкой волнового поля вблизи критических углов и резким увеличением энергии, отражающейся от границы раздела двух полупространств.

1. Боджи Д. Действие поверхностных нагрузок на систему из двух соединенных вдоль одной из граней упругих клиньев, изготовленных из различных материалов и имеющих произвольные углы // Прикладная механика. Тр. Амер. общ. инженеров-механиков. – 1971. – **38**, N 2. – С. 87–96.
2. Боджи Д. Действие касательных и нормальных нагрузок на прямоугольные упругие клинья, выполненные из различных материалов и соединенные по граням // Прикладная механика. Тр. Амер. общ. инженеров-механиков. – 1968. – **36**, N 3. – С. 29–37.
3. Дандерс Дж. Действие касательных и нормальных нагрузок на прямоугольные упругие клинья, выполненные из различных материалов и соединенные по граням. Обсуждение // Прикладная механика. Тр. Амер. общ. инженеров-механиков. – 1969. – **36**, N 3. – С. 283–285.
4. Bedford A., Sorensen A. L. Variation solution for the reflection and transmission of waves at a material interface between waveguides // J. Acoust. Soc. Amer. – 1977. – **62**, N 2. – С. 370–374.
5. Пельц С. П., Шихман В. М. О сходимости метода однородных решений в динамической смешанной задаче для полуполосы // Докл. АН СССР. – 1987. – **295**, N 4. – С. 821–824.
6. Гомилко А. М., Гринченко В. Т., Мелешко В. В. О возможностях метода однородных решений в смешанной задаче теории упругости для полуполосы // Теор. и прикл. мех. – Донецк: Вища школа. – 1987. – Вып. 18. – С. 3–8.
7. Гетман И. П., Устинов Ю. А. Математическая теория нерегулярных твердых волноводов. – Ростов-н-Д: Изд-во Ростов. ун-та, 1993. – 142 с.
8. Гетман И. П., Лисицкий О. Н. Отражение и прохождение звуковых волн через границу раздела двух состыкованных упругих полуполос // ПММ. – 1988. – **52**, N 6. – С. 1044–1048.
9. Гетман И. П., Лисицкий О. Н. Об отражении изгибных волн Лэмба от границы раздела двух состыкованных полуполос // Прикл. мех. – 1991. – **27**, N 8. – С. 54–59.
10. Зильбергейт А. С., Нуллер Б. М. Обобщенная ортогональность однородных решений в динамических задачах теории упругости // Докл. АН СССР. – 1977. – **234**, N 2. – С. 333–335.
11. Гетман И. П. К теории расчета нерегулярных упругих волноводов // Изв. АН СССР. МТТ. – 1991. – N 6. – С. 60–65.
12. Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Лапина О. Н. Дифракция нормальных мод в составных и ступенчатых упругих волноводах // ПММ. – 1998. – **62**, N 2. – С. 297–303.
13. Никитин Ю. Г. Распространение упругих волн в составных волноводах / Автореф. дис. к. ф.-м. н. – Краснодар: Кубан. гос. ун-т, 1996. – 16 с.
14. Glushkov E. V., Glushkova N. V. Blocking property of energy vortices in elastic waveguides // J. Acoust. Soc. Amer. – 1997. – **102**, N 3. – С. 1356–1360.
15. Шевченко А. Ю. Термонапряженное состояние жестко-скрепленных полуполос одинаковой ширины // Прикл. мех. – 1977. – **13**, N 9. – С. 66–72.
16. Городецкая Н. С. Дифракция волн Рэлея – Лэмба на вертикальной границе в составном упругом волноводе // Акуст. вісн. – 2000. – **3**, N 1. – С. 23–35.
17. Shockley W., Curran D. R., Koneval D. J. Trapped energy modes in quartz filter crystals // J. Acoust. Soc. Amer. – 1967. – **41**, N 4. – С. 981–993.
18. Гринченко В. Т., Городецкая Н. С. Отражение волн Лэмба от границы раздела в составном волноводе // Прикл. мех. – 1985. – **21**, N 5. – С. 121–125.
19. Глушков Е. В., Никитин Ю. Г. Распространение энергии в системе состыкованных упругих полос разной толщины // ПММ. – 1997. – **61**, N 2. – С. 248–254.