

ЗВУКОВЫЕ ПОЛЯ В НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДАХ

В.Т.Мацьшура

Национальный технический университет Украины "КПИ"

Рассмотрены звуковые поля в нерегулярных волноводных структурах:
- волновод с изломом; - сопряжение плоского и клиновидного волноводов.

Волноводные системы с неоднородностями находят широкое применение в акустических и радиоэлектронных устройствах. Если теория одномодовых волноводов хорошо развита, а для волноводов, у которых характерные размеры велики по сравнению с длиной волны, можно использовать методы геометрической теории дифракции, то теория волноводов с неоднородностями, когда характерный размер сравним с длиной волны, развита слабее. Вместе с тем оказалось, что этот диапазон изменения волновых размеров богат различными волноводными эффектами. Решение такого рода задач можно построить на базе метода частичных областей с его дальнейшим развитием в плане использования нескольких систем координат и продолжения граничных условий на нефизические участки границы [1,2].

Примером может служить волновод с изломом, рис.1. Вся область существования звукового поля разбивается на три области. Использование двух декартовых систем координат позволяет записать общие представления для потенциала звукового поля в каждой из областей. Слева в области I на излом набегают одна из мод этой области. Временной множитель задается в виде $\exp(-i\omega t)$ и в дальнейшем опускается.

$$\Phi_I(x, y) = \cos(\alpha_q y) e^{ik_q(x+l)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\alpha_n y) e^{-ik_n(x+l)},$$

$$\Phi_{II}(x', y') = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos(\beta_n y') e^{i\gamma_n(x'-l')},$$

$$\begin{aligned} \Phi_{III} = & \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(\alpha_n y) e^{ik_n(x+l)} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cos(\beta_n y') e^{-i\gamma_n(x'-l')} + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos(\xi_n x) e^{i\eta_n y} + \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos(\tau_n x') e^{i\zeta_n y'}, \end{aligned}$$

где $\alpha_n = \frac{n\pi}{h_1}$, $\beta_n = \frac{n\pi}{h_2}$, $\xi_n = \frac{n\pi}{l}$, $\tau_n = \frac{n\pi}{l'}$.

Энергетический коэффициент прохождения q -ой моды области I через излом в область II определяется выражением

$$W^{(q)} = \sum_{n=0}^{N_2} W_n^{(q)}, \quad W_n^{(q)} = |B_n|^2 \cdot \frac{\varepsilon_n \operatorname{Re}(\gamma_n)}{\varepsilon_q \operatorname{Re}(k_q)} \cdot \frac{h_2}{h_1}, \quad \varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_n = 0,5 \text{ при } n > 0.$$

Формулу для $W^{(q)}$ можно трактовать как сумму энергетических коэффициентов возбуждения распространяющихся мод области II.

На рис.2 представлены частотные характеристики коэффициента прохождения $W^{(0)}$ нулевой моды при углах излома $\theta \leq 90^\circ$ и $h_1 = h_2$: 1 - $\theta = 5^\circ$, 2 - $\theta = 45^\circ$, 3 - $\theta = 65^\circ$, 4 - $\theta = 90^\circ$. Как видно, наблюдается снижения коэффициента прохождения при увеличении угла излома с наличием провалов в характеристиках при размере волновода кратком половине длине волны.

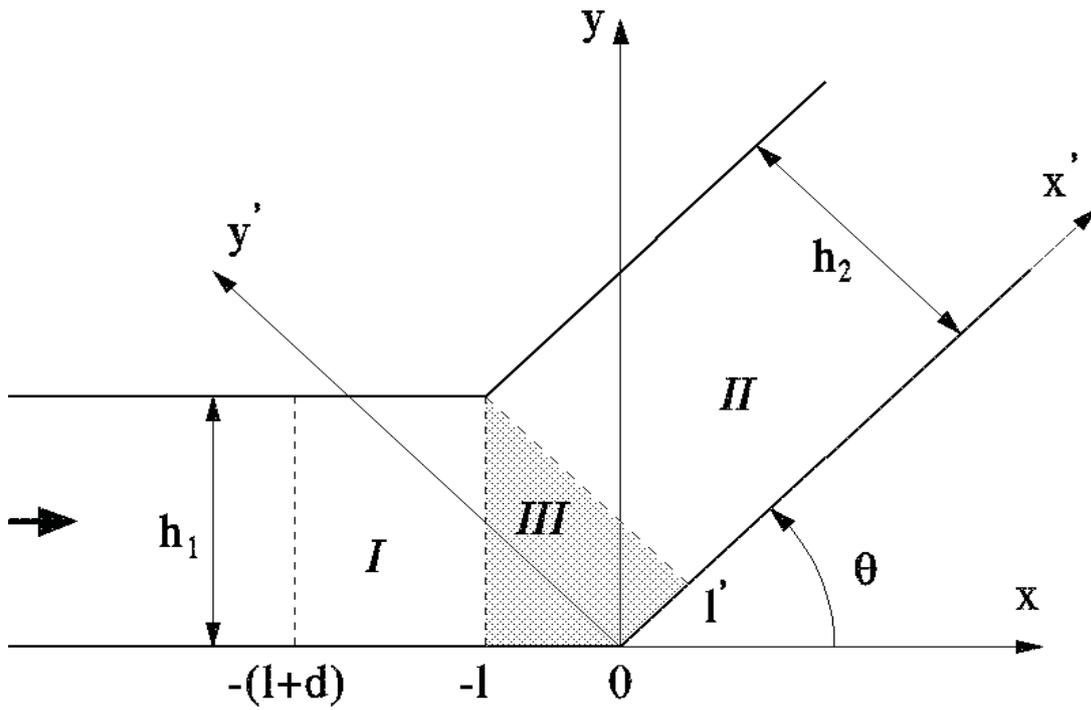


Рис.1

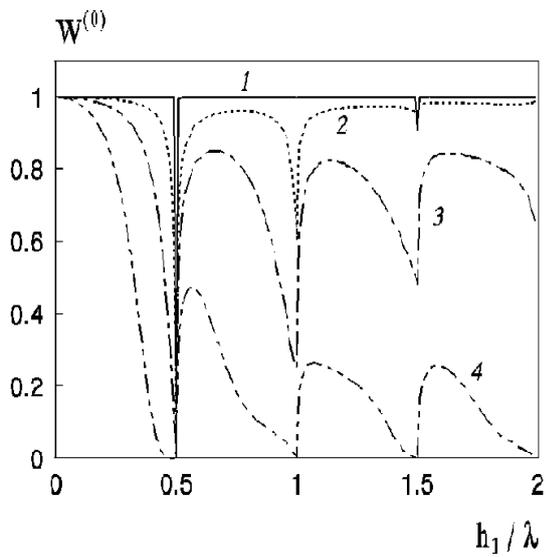


Рис.2

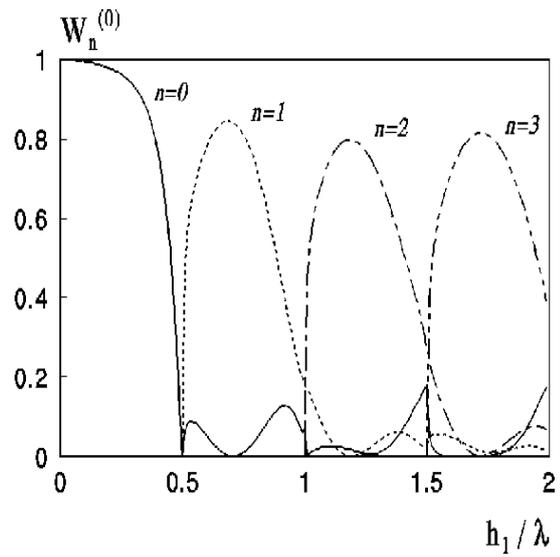


Рис.3

На рис.3 показаны частотные характеристики коэффициентов возбуждения $W_n^{(0)}$ мод области II при $\theta = 65^\circ$ (кривая 2 на рис.2). Как видно, кратность половине длине волны соответствует возбуждению очередной моды волновода, для которой с ростом величины h_1/λ характерно увеличение амплитуды возбуждения. Таким образом можно говорить о трансформации энергии нулевой моды области I в моды области II с более высокими номерами. Возможна и обратная трансформация – от высшей моды в низшую. Для волноводов с углом излома $\theta > 90^\circ$, при достижении определенного волнового размера излом становится практически звукопрозрачным, что, естественно, определяется суперпозицией мод, возбуждаемых в области II.

Далее рассмотрим прохождение звука через зону сопряжения плоского и клиновидного волноводов, рис.4. Здесь также вся область существования звукового поля разбивается на три области. Слева в области I набегают одна из мод плоского волновода. Использование двух систем координат (декартовой и полярной с центром O) позволяет записать общие представления для звуковых полей в областях I и III:

$$\Phi_I(x, y) = \cos(\alpha_q y) e^{ik_q(x-x_0)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\alpha_n y) e^{-ik_n(x-x_0)},$$

$$\Phi_{III}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos(\beta_n \theta) \frac{H_{\beta_n}^{(1)}(kr)}{H_{\beta_n}^{(1)}(kr_0)},$$

где $\alpha_n = \frac{n\pi}{h}$, $\beta_n = \frac{n\pi}{\theta_0}$.

Потенциал звукового поля в переходной области II есть суперпозиция мод плоского $\Phi_{II}^{(1)}$ и клиновидного $\Phi_{II}^{(2)}$ волноводов

$$\Phi_{II} = \Phi_{II}^{(1)} + \Phi_{II}^{(2)}, \quad \Phi_{II}^{(1)}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cos(\alpha_n y) e^{ik_n(x-x_0)},$$

$\theta_0 \leq 90^\circ$	$\theta_0 > 90^\circ$
$\Phi_{II}^{(2)}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(\beta_n \theta) \frac{J_{\beta_n}(kr)}{J_{\beta_n}(kr_0)}$	$\Phi_{II}^{(2)}(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(n\theta) \frac{J_n(kr)}{J_n(kr_0)}$

При этом решение $\Phi_{II}^{(2)}$ имеет разное представление для углов раскрытия клиновидного волновода $\theta_0 \leq 90^\circ$ и $\theta_0 > 90^\circ$. Дело в том, что при $\theta_0 > 90^\circ$ центр системы координат находится внутри области II, а значит, угловые функции в решении $\Phi_{II}^{(2)}$ должны быть периодическими с периодом 2π , то есть от набора функций $\{\cos(\beta_n \theta), n = 0, 1, 2, \dots\}$ при $\theta_0 \leq 90^\circ$ следует перейти к набору функций $\{\cos(n\theta), n = 0, 1, 2, \dots\}$ при $\theta_0 > 90^\circ$. Однако конфигурация границы области II не позволяет воспользоваться ортогональностью системы функций $\cos(n\theta)$. Это препятствие можно преодолеть, если дополнить для решения $\Phi_{II}^{(2)}$ границу до полной окружности радиуса r_0 (штриховая линия в области I). Тогда для углов раскрытия $\theta_0 > 90^\circ$ появляются два варианта формулировки условий сопряжения звуковых полей.

Первый при продолжении скорости на дополнительный участок, второй – давления (это продолжение определяется функцией $f(r_0, \theta)$). Понятно, что оба варианта являются равноправными и выбор одного из них определяется точностью выполнения условий сшивания звуковых полей на границах частичных областей. Для рассматриваемой задачи, с этой точки зрения, лучшим был вариант с продолжением давления. Определение искоемых коэффициентов в выражениях для звукового поля в частичных областях, в обеих рассматриваемых задачах, сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода.

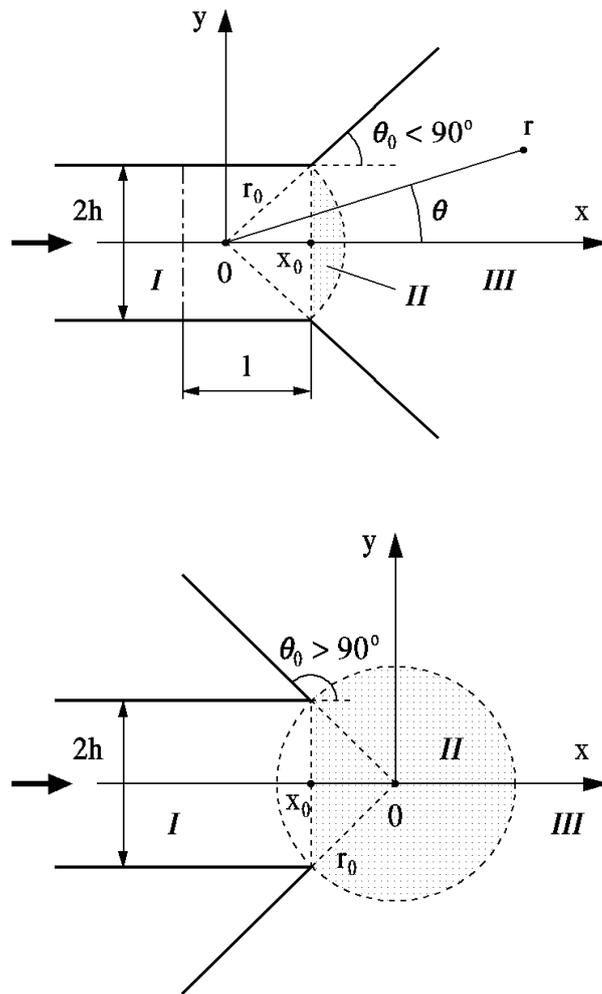


Рис.4

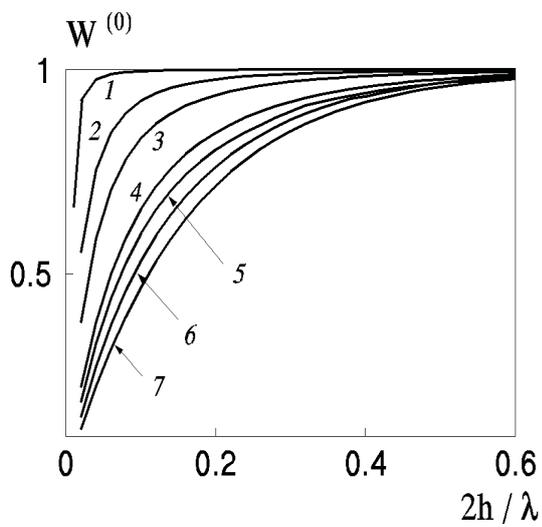


Рис.5

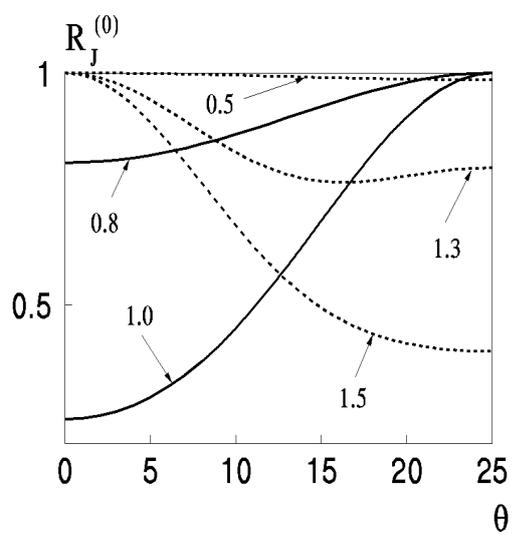


Рис.6

Вариант 1	Вариант 2	
$\Phi_I = \Phi_{II}$	$\Phi_I = \Phi_{II}$	$x = x_0, \quad y \leq h$
$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x}$	$\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x}$	$x = x_0, \quad y \leq h$
$\Phi_{II} = \Phi_{III}$	$\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial r}$	$r = r_0, \quad \theta \leq \theta_0$
$\begin{cases} \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial r} \\ \frac{\partial \Phi_{II}^{(2)}}{\partial r} = f(r_0, \theta) \end{cases}$	$\begin{cases} \Phi_{II} = \Phi_{III} \\ \Phi_{II}^{(2)} = f(r_0, \theta) \end{cases}$	$\begin{cases} r = r_0, \quad \theta \leq \theta_0 \\ r = r_0, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \pi \end{cases}$

Бесконечные системы уравнений решались методом редукции. Следует отметить, что решение задачи не зависит от вида функции $f(r_0, \theta)$, определяющей продолжение граничных условий на нефизические участки границы. Однако от выбора этой функции зависит точность выполнения граничных условий при решении бесконечной системы алгебраических уравнений методом редукции. Хотя провести выбор функции продолжающей граничные условия на нефизические участки без скачка в точке продолжения, обычно, не представляется возможным, все же, анализируя конкретную задачу, следует стремиться сделать этот скачок минимальным.

На рис.5 представлены частотные характеристики коэффициента прохождения нулевой моды $W^{(0)}$ плоского волновода при различных углах раскрытия клиновидного волновода θ_0 :

1 - $\theta_0 = 5^\circ$, 2 - $\theta_0 = 25^\circ$, 3 - $\theta_0 = 45^\circ$, 4 - $\theta_0 = 90^\circ$, 5 - $\theta_0 = 110^\circ$, 6 - $\theta_0 = 140^\circ$, 7 - $\theta_0 = 180^\circ$. Кривая 7 построена согласно работе [3]. Как видно, зона сопряжения волноводов выступает в роли фильтра верхних частот, у которого частота среза определяется углом раскрытия θ_0 . Интересно, что при $2h/\lambda > 0,6$ практически вся энергия набегающей волны проходит в клиновидный волновод при любом угле θ_0 .

Естественно при конечных размерах рупора возникнет дополнительное отражение энергии, но представленные расчеты важны для качественного понимания особенностей согласующего рупора. Для более полного понимания этих особенностей следует проанализировать данные о пространственном распределении энергии в клиновидном волноводе. Естественно, что указанное распределение энергии определяется величинами $2h/\lambda$, θ_0 и структурой набегающей волны. Однако, наряду с этими факторами, выяснилась специфическая особенность излучения звука в клин. Оказалось, что при определенных соотношениях величин $2h/\lambda$ и θ_0 происходит уменьшение, вплоть до практически полного, потока энергии вдоль оси волноводной структуры. Примером служат энергетические диаграммы направленности на рис.6 ($\theta_0 = 25^\circ$, набегающая нулевая мода плоского волновода; параметром кривых служит волновой размер плоского волновода $2h/\lambda$). Интересным оказался следующий момент: пространственная перестройка потока энергии от равномерного вдоль поперечного сечения как у нулевой моды, до ситуации соответствующей кривой $2h/\lambda = 1$ на рис.6 происходит на интервале в 6...7 длин волн от места сопряжения плоского и клиновидного волноводов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринченко В.Т., Вовк И.В. Волновые задачи рассеивания звука на упругих оболочках. – К.: Наукова думка, 1986. – 238 с.
2. Гринченко В.Т. Развитие метода решения задач излучения и рассеивания звука в неканонических областях // Гидромеханика. – 1996. – Вып. 70. – С.27-40.
3. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. - М.: Советское радио, 1966.-431с.