

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЖИДКОСТИ В СИСТЕМЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ОСЕВОМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ**

**А.П. КОВАЛЕНКО**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев*

*e-mail: dynamic@inmech.kiev.ua*

В работе на основании разработанного автором аналитико-численного подхода к исследованию гидроупругих систем цилиндрическая оболочка – жидкость исследуются динамические возмущения в жидкости в системе полубесконечная цилиндрическая оболочка – жидкость при осевом импульсном нагружении. В пространстве изображений по методу итераций получено аналитическое решение для второго приближения потенциала скоростей жидкости. Проведены численные расчеты и показано распределение поля давлений, радиальной и продольной скорости в жидкости в области охваченной возмущениями в конкретный момент времени. Полученные результаты позволяют проанализировать влияние возмущений на стенке оболочки на поле возмущений в жидкости.

### **1. ВСТУПЛЕНИЕ**

При исследовании динамических возмущений в системах оболочка–жидкость часто возникает необходимость учета взаимного влияния элементов таких гидроупругих систем при различного рода нагрузках. Это вызвано как потребностями современного развития авиационной и космической техники (в частности для предотвращения возможных нештатных и критических ситуаций) так и изучением механических эффектов в таких задачах. При расчете на прочность и улучшении эксплуатационных характеристик трубопроводов, топливных систем летальных аппаратов, емкостей для транспортировки жидких и газообразных продуктов зачастую необходимо также учитывать взаимное влияние элементов гидроупругой системы оболочка–жидкость. В этом заключается практическая значимость и актуальность таких исследований.

Исследования в данной области активно проводятся на протяжении нескольких последних десятилетий. В работах рассматриваются разнообразные оболочечные гидроупругие системы под действием волновых и всевозможных динамических нагрузок [1-6]. Однако следует отметить, что недостаточно исследовано взаимное влияние элементов гидроупругой системы при торцевых динамических и импульсных нагрузках и не полностью исследовано влияние возмущений на стенке оболочки на поле возмущений в жидкости.

Целью данной работы является исследование влияния возмущений в оболочке на характер возмущений в жидкости при осевых импульсных нагрузках на систему цилиндрическая оболочка – жидкость. В работе продолжено исследование взаимного влияния элементов системы цилиндрическая оболочка–жидкость на динамические процессы в таких гидроупругих системах [7-12] и исследовано влияние возмущений на стенке оболочки на поле возмущений в жидкости.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается гидроупругая система полубесконечная цилиндрическая оболочка – жидкость при осевом импульсном нагружении. Движение оболочки описывается уравнениями типа Тимошенко, жидкость рассматривается в акустическом приближении. На торце оболочки  $x=0$  прикладывается импульсная нагрузка по заданному закону  $f(t) \cdot \eta(t)$ , где  $f(t)$  – закон задания импульсной нагрузки,  $\eta(t)$  – функция Хэвисайда. Задача исследуется в безразмерных величинах [9].

В результате математическую модель исследуемой задачи можно сформулировать следующим образом. Уравнения движения механической системы имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} L_1(U, W, \Psi) - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0; \quad L_2(U, W, \Psi) - \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = K_s \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \\ L_3(U, W, \Psi) - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0; \quad \Delta \varphi - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Начальные условия при этом будут

$$t = 0: U = W = \Psi = \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Граничные условия будут следующего вида

$$x = 0: \frac{\partial W}{\partial x} = \psi = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial t} = f(t) \cdot \eta(t), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t}; \quad (4)$$

$$x = \infty: U = W = \Psi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0; \quad (4)$$

$$r = 1: \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial W}{\partial t}. \quad (5)$$

Обозначения введены согласно [9].  $K_s = \frac{2R\rho_0}{h\rho_1 k^2(1-\nu)}$  – коэффициент взаимосвязи элементов гидроупругой системы оболочка – жидкость [9].

## 3. РЕШЕНИЕ ПОСТАВЛЕННОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Решение поставленной задачи (1)–(5) находится по аналитико-численному подходу [5-9], который заключается в применении интегрального преобразования Лапласа-Карсона, метода простых итераций, метода Бубнова-Галеркина и численного обращения преобразования Лапласа-Карсона с использованием смещенных полиномов Лежандра, модифицированного автором. В результате в пространстве изображений по Лапласу-Карсону найдено начальное, первое и второе приближение для  $U, W, \Psi, \varphi$  – продольного, поперечного перемещения оболочки, тангенса угла поворота сечения по теории оболочек типа Тимошенко и потенциала скоростей жидкости, соответственно. Второе приближение для потенциала скоростей жидкости в пространстве изображений имеет вид [6]

$$\varphi^* = -\frac{1}{\beta} V_0 e^{-\beta x} + a W_2^* e^{-\beta(1-r)} + \sum_{j=0}^N \Phi_j(x) J_0(\alpha_j r). \quad (6)$$

Функции и переменные соответствуют обозначениям в [6–9].

Ранее показана приемлемая практическая сходимость применяемых методов (Бубнова-Галеркина, метода итераций, численного обращения преобразования Лапласа-

Карсона) и проанализирована погрешность численного обращения преобразования Лапласа-Карсона [8,11,12].

#### 4. ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ НА СТЕНКЕ ОБОЛОЧКИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЖИДКОСТИ

Для наглядности представления численных результатов, представленных графически, изобразим область возмущений в жидкости для момента времени  $t = 2$ . Анализ решения показывает, что возмущения, распространяющиеся по стенке оболочки со скоростью, превышающей скорость звука в жидкости, генерируют волны в жидкости и область возмущений в жидкости в этом случае аналогична конусу Маха для движения сверхзвукового источника в сплошной среде. Для данной постановки задачи (1) – (5) максимальная скорость распространения возмущений в системе (по стенке оболочки) равна единице. На эту область накладывается область возмущений от волн сжатия в жидкости. На рис.1 заштрихованная область соответствует суммарной области в жидкости, охваченной возмущениями, для момента времени  $t = 2$  при значении скорости звука в жидкости  $a = 0,25$ . Вне этой области жидкость находится в состоянии покоя.

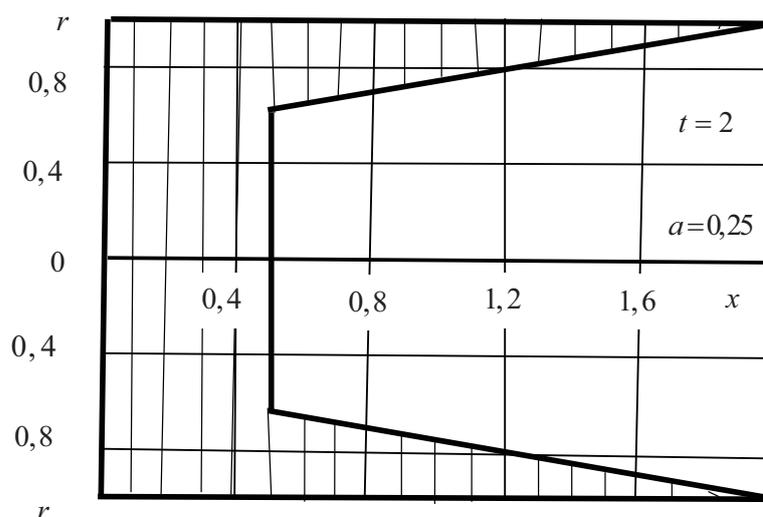


Рис.1. Область возмущений в гидроупругой системе

Линия  $x = at = 0,5$  разделяет область возмущений на две зоны: на зону  $\alpha : 0 \leq x \leq 0,5$  и зону  $\beta : 0,5 < x \leq 2,0$ . Точка  $x = 0,5$  соответствует приходу волны сжатия в жидкости (волны  $A$ ) в данное сечение. В зоне  $\alpha$  возмущения в жидкости определяются действием волны  $A$  и волны  $B$  (волна возмущений от стенки оболочки). В зоне  $\beta$  возмущения в жидкости определяются только действием волны  $B$ .

Давление в жидкости в акустическом приближении находится по формуле  $P = P_0 - \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}$  [5]. На рис.2 представлено распределение  $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$  по длине оболочки в фиксированный момент времени (как бы „фотография”) для различных значений

переменной  $r$ . Точка  $x = at = 0,5$  соответствует приходу волны сжатия в жидкости в данное сечение. В зоне  $\alpha$  величина  $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$  определяется взаимным действием волн  $A$  и  $B$ . В зоне  $\beta$  величина  $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$  определяется только действием волны  $B$  (согласно рис.1).

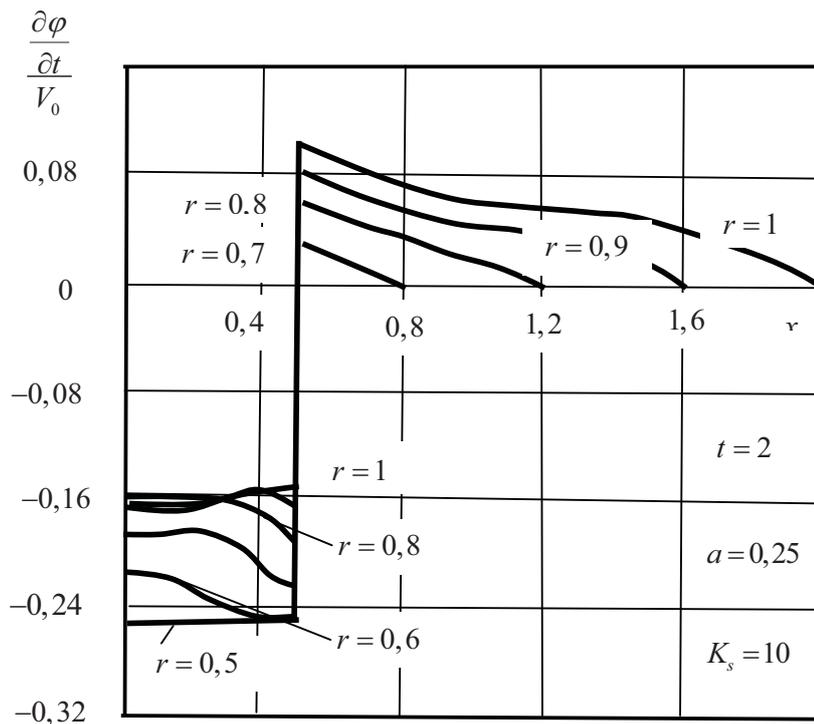


Рис.2. Распределение  $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$  по длине оболочки.

Отметим, что при  $x < 0,5$  (зона  $\alpha$ ) преобладающим является действие волны  $A$ .

На рис. 3 показано распределение радиальной скорости жидкости  $V_r$  по длине оболочки. Как и следовало ожидать, максимальное значение  $V_r$  имеет место на стенке оболочки ( $r = 1,0$ ) и совпадает со скоростью радиального перемещения стенки оболочки. С уменьшением  $r$  график  $V_r$  как бы "сжимается" по координатным осям и  $V_r = 0$  при  $r < 0,5$ , что согласовывается с картиной распространения возмущений на рис. 1. Приход волны  $A$  в точку  $x = at = 0,5$  определяет максимум для  $V_r$  при  $r = 1,0$ . С уменьшением  $r$  максимум  $V_r$  уменьшается (до нуля) и смещается к сечению  $x = 0$ , достигая этого сечения при  $r = 0,5$ , то есть в точке, где прекращается действие волны  $B$ . Максимальные значения для  $V_r$  размещены на линии  $x = r - 0,5$ .

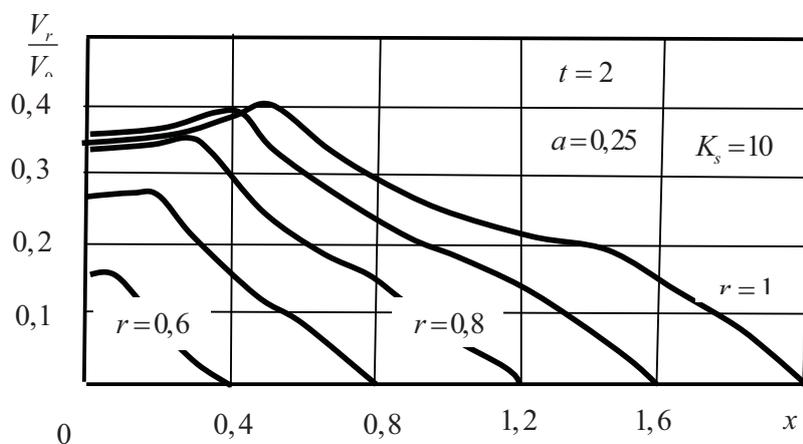


Рис.3. Распределение радиальной скорости жидкости  $V_r$  по длине оболочки.

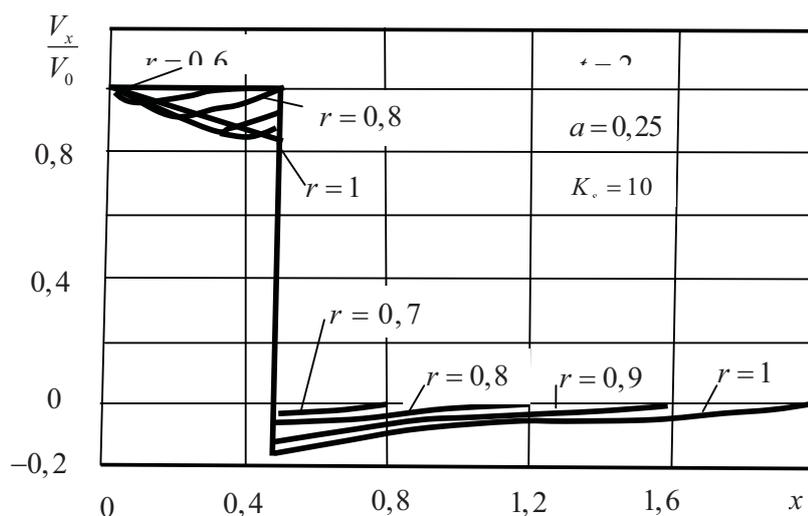


Рис.4. Распределение продольной скорости жидкости  $V_x$  по длине оболочки.

На рис. 4 показано распределение продольной скорости жидкости  $V_x$  по длине оболочки. Как и в случае для  $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$  точка  $x = at = 0,5$  разделяет область возмущений на две зоны  $\alpha$  и  $\beta$ . В зоне  $\beta$  продольная скорость жидкости вызвана исключительно действием волны  $B$ . Тут наблюдается эффект встречного движения, то есть продольная скорость направлена навстречу скорости удара. При этом на стенке оболочки этот эффект проявляется максимально и обусловлен уменьшением давления. Жидкость как бы “перетекает” в эту область из других областей.

## ВЫВОДЫ

В данной работе исследовано влияние возмущения стенки оболочки на поле возмущений в жидкости при импульсном нагружении на торце рассматриваемой гидроупругой системы. Показано поле возмущений в жидкости и изучено влияние возмущений на стенке оболочки на характер возмущений в жидкости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Динамика элементов конструкций / Под ред. В.Д.Кубенко.–К.: “АСК”,1999.–379с.– (Механика композитов. В 12-ти томах: Т.9)
2. Ковальчук П.С., Кубенко В.Д. Взаимодействие колеблющихся цилиндрических оболочек с содержащейся в них жидкостью /Динамика тел взаимодействующих со средой/. Под ред . А.Н.Гузя.–К.: Наук. Думка,1991.–С.168-214
3. Kovalenko A.P. Investigation of Transients in a Cylindrical Shell with Fluid under Shock Excitation //Soviet Appl. Mech.– 1979.–**15**, №11.–P.1067-1072.
4. Koval’chuk P.S., Filin V.G. On modes of Flexural of initially Bent Cylindrical Shells Partially Filled with a Liquid // Int. Appl. Mech.– 2003.–**39**, №4.–P.464-471.
5. Коваленко А.П. Исследование переходных процессов в цилиндрической оболочке с жидкостью при ударном возбуждении.–Прикл.механика,1979,**15**, №11,с.68-75.
6. Коваленко А.П. Знаходження потенціалу швидкостей рідини при поширенні хвиль в нескінченній циліндричній оболонці з рідиною. КОНСОНАНС-2005, Акустичний симпозиум (27-29 вересня 2005 р.). Збірник праць.-Київ.-2005 –С.209-214
7. Коваленко А.П. Математическое моделирование влияния жидкости на характер продольных возмущений в цилиндрической оболочке с жидкостью при осевой импульсной нагрузке. Матеріали VIII міжнародн. наук.-техн.конф.”АВІА–2007”, т.1, Київ, 2007, с.14.30-14.33.
8. Коваленко А.П. Математическое моделирование давления в цилиндрической оболочке с жидкостью при осевой импульсной нагрузке. Вестник ХНТУ.-2007.- №2(28).-С.147-152.
9. Коваленко А.П. Математическое моделирование продольных динамических возмущений в оболочке в системе полубесконечная цилиндрическая оболочка с жидкостью при осевом импульсном нагружении. КОНСОНАНС-2007, Акустичний симпозиум (25-27 вересня 2007 р.). Збірник праць.-Київ.-2008 – С.108–113
10. Коваленко А.П. Исследование практической сходимости метода итераций при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке. Вестник Херсонского национального технического университета . Вып. 2(31). –Херсон:ХНТУ,2008.–С.240–244
11. Коваленко А.П. Исследование практической сходимости метода итераций при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке. Вестник Херсонского национального технического университета . Вып. 2(31). –Херсон:ХНТУ,2009.–С.240–244
12. Коваленко А.П. Исследование практической сходимости численного обращения Лапласа-Карсона при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке . Вып. 2(35). –Херсон:ХНТУ,2009.–С.236–240