ЗАСТОСУВАННЯ КУМУЛЯНТНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ АКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ В ЗАДАЧАХ КОНТРОЛЮ ТА ДІАГНОСТИКИ

В.С. БЕРЕГУН

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

З використанням кумулянтних коефіцієнтів як статистичного критерію для типових негауссівських моделей акустичних діагностичних сигналів досліджено об'єми вибірок, необхідні для оцінок кумулянтних коефіцієнтів, що дозволило виявляти дефекти (задача контролю) та здійснювати розрізнення станів об'єктів (задача діагностики) з наперед заданими помилками першого роду.

ВСТУП

Серед систем діагностування енергетичних об'єктів значне місце займають системи шумової діагностики [1–4], де діагностичними сигналами є акустичні сигнали. У загальному випадку акустичні діагностичні сигнали при справному стані об'єктів мають розподіли, близькі до нормального (гауссівського), а при виникненні несправностей розподіли стають відмінними від гауссівського [3, 5, 6].

Діагностичними параметрами, які чутливі до відмінності розподілу сигналів від нормального, є кумулянтні коефіцієнти γ_s [7], які визначаються наступним чином: $\gamma_s = \kappa_s / \kappa_2^{s/2}$, де κ_s – кумулянти розподілу.

На сьогоднішній день кумулянтні коефіцієнти акустичних сигналів використовуються для проведення діагностики та контролю підшипників кочення [3, 5], двигунів внутрішнього згоряння [6], використовуються для дослідження таких явищ як шуми колінних суглобів [8], витоки рідини в трубопроводах [9, 10], уклони морської поверхні [11] та ін.

На практиці замість теоретичних значень кумулянтних коефіцієнтів використовуються їх оцінки, однак у відомих роботах не наведено інформації щодо об'ємів вибірок акустичних сигналів, необхідних для оцінки кумулянтних коефіцієнтів та не досліджено імовірнісних характеристик оцінювання.

Дана робота присвячена дослідженню чутливості кумулянтних коефіцієнтів діагностичних сигналів за наявності несправностей об'єктів до відмінності від нормального розподілу, що дасть можливість вирішувати задачі діагностики та контролю з наперед заданими характеристиками.

1. ЗАДАЧА КОНТРОЛЮ

Задачу контролю можна сформулювати як задачу розпізнавання двох станів об'єкта. Така задача розв'язується як задача перевірки статистичних гіпотез [12] відносно кумулянтних коефіцієнтів, де справному стану відповідає нормальний розподіл діагностичних сигналів з кумулянтними коефіцієнтами $\gamma_s = 0$ (гіпотеза H_0), а несправному стану відповідає інший розподіл з кумулянтними коефіцієнтами $\gamma_s \neq 0$ (гіпотеза H_1).

Найчастіше акустичні діагностичні сигнали є симетричними, для яких всі непарні кумулянтні коефіцієнти $\gamma_s = 0$. Кумулянтні коефіцієнти парних порядків, як правило, $\gamma_s > 0$ [4], а найбільш широко використовується коефіцієнт ексцесу γ_4.

При вирішенні задачі контролю на основі коефіцієнта ексцесу замість теоретичного значення γ_4 використовується його оцінка $\hat{\gamma}_4$, що отримана за експериментальними даними. Дослідимо оцінку коефіцієнта ексцесу $\hat{\gamma}_4$ як статистичного критерію для розрізнення справного стану об’єкта та за наявності дефекту. Для цього необхідно знайти мінімальний об’єм вибірки для оцінки $\hat{\gamma}_4$, при якому при фіксованій імовірності помилки першого роду (імовірності хибної тривоги) $\alpha = P\left(H_1 \middle| H_0\right)$ імовірність правильного виявлення дефекту (потужність критерію) $\delta = 1 - \beta = 1 - P\left(H_0 \middle| H_1\right) = P\left(H_1 \middle| H_1\right)$, прямувала б до одиниці [12] (β – імовірність помилки другого роду).

Для оцінювання коефіцієнта ексцесу по вибірці незалежних однаково розподілених випадкових величин ξ_k, $k = \overline{1, N}$, де N – об’єм вибірки, використовується формула [12]

$$\hat{\gamma}_4 = \hat{\mu}_4 / \hat{\mu}_2^2 - 3,$$

де $\hat{\mu}_s = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N}\left(\xi_k - \hat{m}\right)^s$ – оцінки центральних моментів μ_s, $\hat{m} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{k=1}^{N}\xi_k$ – оцінка математичного сподівання. Математичне сподівання оцінки коефіцієнта ексцесу $\mathrm{M}\left[\hat{\gamma}_4\right] = \gamma_4$, а дисперсія оцінки у випадку симетричних розподілів дорівнює [13]

$$\mathrm{D}\left[\hat{\gamma}_4\right] = c_4 / N,$$

де $\tilde{n}_4 = M_8 - 4M_4M_6 + 4M_4^3 - M_4^2$, $M_s = \dfrac{\mu_s}{\mu_2^{s/2}}$ – нормовані центральні моменти.

Табл. 1. Стандартні щільності імовірності та значення γ_4 і c_4

Розподіл	Стандартна щільність імовірності $p\left(x\right)$		γ_4	c_4
Нормальний	$\left(1/\sqrt{2\pi}\right)\exp\left(-x^2/2\right)$		0	24
Стьюдента	$\dfrac{\Gamma\left(\left(\nu+1\right)/2\right)}{\sqrt{\pi\left(\nu-2\right)}\Gamma\left(\nu/2\right)}\left(1+\dfrac{x^2}{\nu-2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$	$\nu = 64$	0,1	32,508
		$\nu = 28$	0,25	51,852
		$\nu = 16$	0,5	116,38
		$\nu = 10$	1	720
Логістичний	$\dfrac{\pi}{4\sqrt{3}\mathrm{ch}^2\left(\pi x/\left(2\sqrt{3}\right)\right)}$		1,2	289,51
Чампернауна	$\dfrac{1}{2\mathrm{ch}\left(\pi x/2\right)}$		2	640
Лапласа	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\exp\left(-\sqrt{2}\left\vert x\right\vert\right)$		3	1188

В табл. 1 наведено стандартні щільності імовірності $p(x)$ типових симетричних розподілів [14] акустичних сигналів та відповідні їм значення коефіцієнтів ексцесу γ_4 та коефіцієнтів c_4. З цих даних видно, що значення γ_4 виступають як міра відхилення розподілу від нормального. Відповідно до [8] вважаємо, що розподіли оцінок $\hat{\gamma}_4$ є асимптотично нормальними з математичним сподіванням $\mathrm{M}[\hat{\gamma}_4]$ і дисперсією $\mathrm{D}[\hat{\gamma}_4]$.

Знаходження порогового значення Γ_0. Поріг Γ_0 є критичним значенням для статистичного критерію $\hat{\gamma}_4$: якщо $\hat{\gamma}_4 \le \Gamma_0$, то приймається гіпотеза H_0, якщо $\hat{\gamma}_4 > \Gamma_0$ – приймається гіпотеза H_1.

Задамо імовірність помилки першого роду $\alpha = P(H_1|H_0) = 0{,}01$. У випадку нормального розподілу значень діагностичного сигналу дисперсія оцінки $\hat{\gamma}_4$ дорівнює $\mathrm{D}[\hat{\gamma}_4] = \dfrac{24}{N}$. Отже в точці Γ_0 функція розподілу оцінки $\hat{\gamma}_4$, виходячи з її нормального розподілу, дорівнює $F(\Gamma_0) = 0{,}99 = \Phi\left(\dfrac{\Gamma_0}{\sqrt{24/N}}\right)$, де $\Phi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} \exp\left(-\dfrac{x^2}{2}\right)dx$ – інтеграл імовірності. Звідки отримуємо, що аргумент $\dfrac{\Gamma_0}{\sqrt{24/N}} = 2{,}32(6)$ і, відповідно, $\Gamma_0 = \dfrac{11{,}398}{\sqrt{N}}$. Зокрема, при $N = 10^4$ поріг дорівнює $\Gamma_0 = 0{,}11398$.

На рис. 1 зображено нормальні щільності імовірності $p(\gamma_4)$ оцінки коефіцієнта ексцесу для нормального стану і за наявності дефекту (розподіл діагностичних сигналів – Стьюдента з числом степенів свободи $\nu = 28$) при $N = 10^4$.

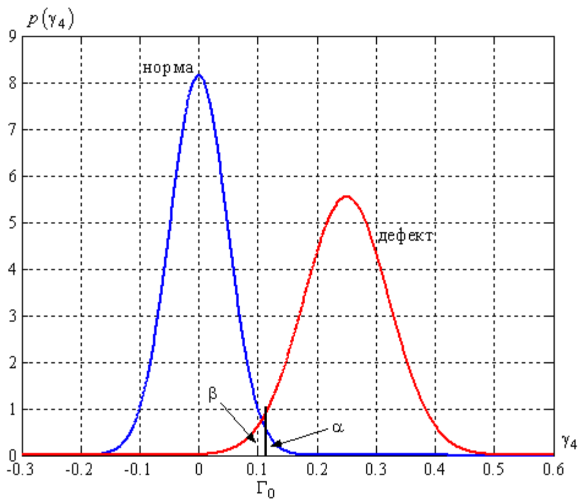

Рис. 1. Щільності імовірності оцінки коефіцієнта ексцесу

Знаходження імовірності правильного виявлення δ**.** Виходячи з нормального розподілу оцінки коефіцієнта ексцесу $\hat{\gamma}_4$ імовірність правильного виявлення дефекту дорівнює імовірності перевищення оцінкою $\hat{\gamma}_4$ порогу Γ_0:

$$\delta = P\left(H_1 \middle| H_1\right) = P\left(\Gamma_0 < \hat{\gamma}_4 < \infty\right) = \begin{cases} \Phi\left(\left(\gamma_4 - \Gamma_0\right)/\sigma_d\right), \gamma_4 > \Gamma_0, \\ 1 - \Phi\left(\left(\Gamma_0 - \gamma_4\right)/\sigma_d\right), \gamma_4 \le \Gamma_0, \end{cases}$$

де γ_4 – коефіцієнт ексцесу діагностичного сигналу, що відповідає дефекту (див. табл. 1), $\sigma_d = \sqrt{c_4 / N}$ – середнє квадратичне відхилення оцінки $\hat{\gamma}_4$ за наявності дефекту.

На рис. 2 наведено графіки імовірності правильного виявлення δ при різних об’ємах вибірки N для значень γ_4 розподілів з табл. 2, що відповідають дефектам.

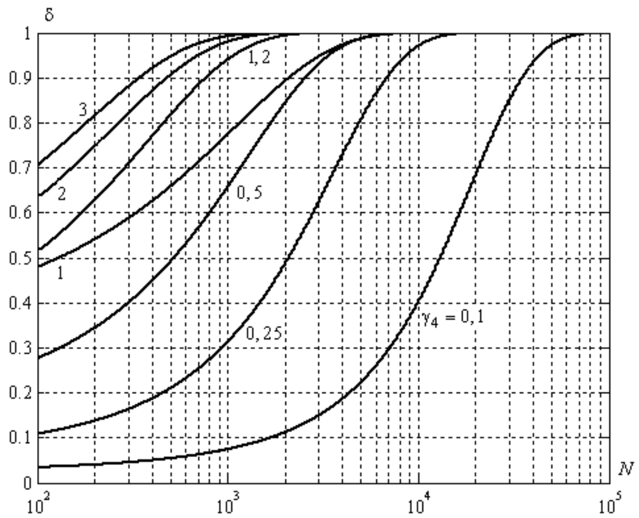

Рис. 2. Імовірності правильного виявлення

Як видно з рис. 2 зі збільшенням об’єму вибірки N збільшується і ймовірність правильного виявлення δ, причому вона тим більша, чим більше значення γ_4. Використання оцінок кумулянтних коефіцієнтів вищих порядків не є ефективним, оскільки вони потребують значно більших об’ємів вибірок для прямування δ до одиниці.

2. ЗАДАЧА ДІАГНОСТИКИ

Задачу діагностики можна сформулювати як задачу розпізнавання декількох станів об’єкта, де справному стану відповідає нормальний розподіл діагностичних сигналів. Нехай об’єкт характеризується станами I–V (табл. 2) з відповідними розподілами діагностичних сигналів.

Табл. 2. Стани та відповідні їм розподіли сигналів

Стан	Гіпотеза	Розподіл	γ_4	c_4
I	H_{I}	Нормальний	0	24
II	H_{II}	Стьюдента, $\nu=64$	0,1	32,508
III	H_{III}	Стьюдента, $\nu=28$	0,25	51,852
IV	H_{IV}	Стьюдента, $\nu=16$	0,5	116,38
V	H_{V}	Стьюдента, $\nu=10$	1	720

Виходячи з нормального розподілу оцінки $\hat{\gamma}_4$ квантилі порядків 0,01 та 0,99 для будь-яких станів дорівнюють $x_{0,01}=\gamma_4-2,32(6)\sqrt{\dfrac{c_4}{N}}$, $x_{0,99}=\gamma_4+2,32(6)\sqrt{\dfrac{c_4}{N}}$. Розглянемо задачу розпізнавання на прикладі станів I та II. Обираємо порогове значення Γ_0 статистичного критерію наступним чином:

$$\Gamma_0=x_{0,99}^{\mathrm{I}}=x_{0,01}^{\mathrm{II}},$$

де x_p^A – квантиль оцінки $\hat{\gamma}_4$ порядку p для стану A. За цієї умови імовірності помилки першого роду для кожного стану дорівнюють $P\left(H_{\mathrm{II}}\middle|H_{\mathrm{I}}\right)=P\left(H_{\mathrm{I}}\middle|H_{\mathrm{II}}\right)=0,01$.

В табл. 3 для кожної пари станів наведено поріг Γ_0 і мінімальний об'єм вибірки N, необхідні для виконання потрібної умови.

Таблиця 3 – Умови розпізнавання двох сусідніх пар станів

Стани	Умова знаходження N	Γ_0	N
I, II	$0+2,32(6)\sqrt{\dfrac{24}{N}}=0,1-2,32(6)\sqrt{\dfrac{32,508}{N}}$	0,0462	60832
II, III	$0,1+2,32(6)\sqrt{\dfrac{32,508}{N}}=0,25-2,32(6)\sqrt{\dfrac{51,852}{N}}$	0,1663	40053
III, IV	$0,25+2,32(6)\sqrt{\dfrac{51,852}{N}}=0,5-2,32(6)\sqrt{\dfrac{116,38}{N}}$	0,3501	28029
IV, V	$0,5+2,32(6)\sqrt{\dfrac{116,38}{N}}=1-2,32(6)\sqrt{\dfrac{720}{N}}$	0,6434	30647

При збільшенні значення N з табл. 3 імовірності помилок першого роду гарантовано не перевищать 0,01 для розпізнавання двох сусідніх станів. Точні значення помилок першого роду для станів I та II дорівнюють:

$$P\left(H_{\mathrm{II}}\middle|H_{\mathrm{I}}\right)=P\left(\hat{\gamma}_4^{\mathrm{I}}>\Gamma_0\right)=1-\Phi\left(\frac{\Gamma_0-\gamma_4^{\mathrm{I}}}{\sigma^{\mathrm{I}}}\right),\ P\left(H_{\mathrm{I}}\middle|H_{\mathrm{II}}\right)=P\left(\hat{\gamma}_4^{\mathrm{II}}\le\Gamma_0\right)=\Phi\left(\frac{\Gamma_0-\gamma_4^{\mathrm{II}}}{\sigma^{\mathrm{II}}}\right),$$

де γ_4^{I}, γ_4^{II} – теоретичні значення, а $\hat{\gamma}_4^{\mathrm{I}}$, $\hat{\gamma}_4^{\mathrm{II}}$ – оцінки γ_4 у випадку станів I та II,

σ^{I}, σ^{II} – середні квадратичні відхилення оцінки у випадку станів I та II.

На рис. 3 наведено щільності імовірності оцінок $\hat{\gamma}_4$ станів I–V для N =60832 (а) та N =30647 (б).

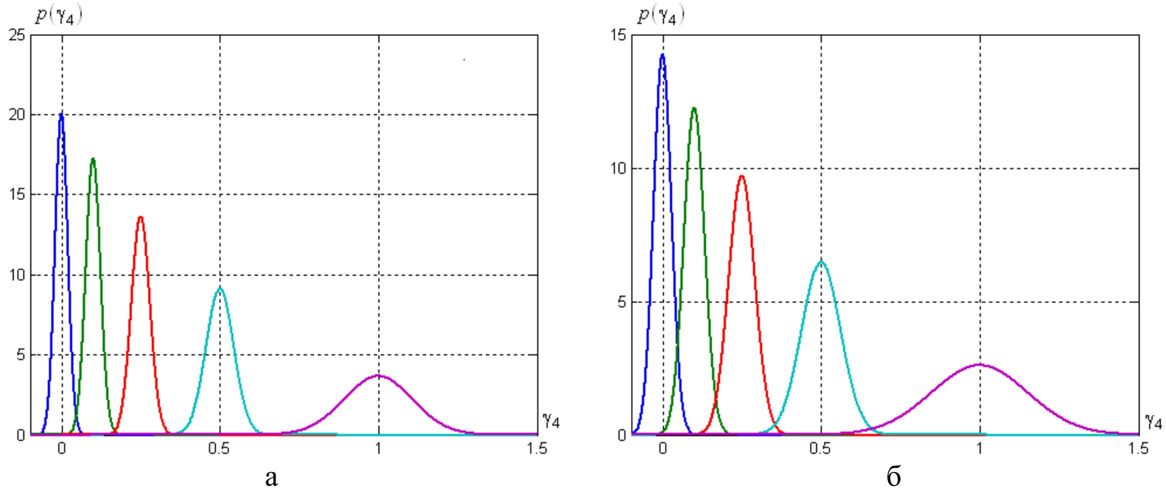

Рис. 3. Щільності імовірності оцінок коефіцієнтів ексцесу для різних станів об’єкта

ВИСНОВКИ

При вирішенні задачі контролю у випадку розподілу Стьюдента для дефектів при степенях свободи ν не більше 64 імовірність правильного виявлення дорівнює одиниці вже при $N=10^5$; для розподілів логістичного, Чампернауна і Лапласа – при $N=10^4$.

При вирішенні задачі п’яти розпізнавання станів об’єкта з розподілами нормальним та Стьюдента при $N>61000$ відліків будь-які пари станів об’єкта розпізнаються з імовірністю помилки першого роду, яка не перевищує 0,01.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Акустическая* диагностика и контроль на предприятиях топливно-энергетического комплекса / В.М. Баранов, А.И. Гриценко, А.М. Карасевич и др. – М.: Наука, 1998. – 304 с.
2. *Аркадов Г.В., Павелко В.И., Финкель Б.М.* Системы диагностирования ВВЭР. – М.: Энергоатомиздат, 2010. – 391 с.
3. *Бабак С.В., Мыслович М.В., Сысак Р.М.* Статистическая диагностика электротехнического оборудования. – К.: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. – 456 с.
4. *Красильников А.И.* Модели шумовых сигналов в системах диагностики теплоэнергетического оборудования. – К.: Ин-т технической теплофизики НАН Украины, 2014. – 112 с.
5. *Wang H., Chen P.* Fault Diagnosis Method Based on Kurtosis Wave and Information Divergence for Rolling Element Bearings // WSEAS Transactions on Systems. – 2009. – Vol. 8, Issue 10. – P. 1155–1165.

6. *Генкин М.Д., Соколова А.Г.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288 с.
7. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. – М.: Сов. радио, 1978. – 376 с.
8. *Берегун В.С., Горовецька Т.А., Красильніков О.І.* Статистичний аналіз шумів колінних суглобів // Акустичний вісник. – 2011. – Том 14, № 2. – С. 3–15.
9. *Красильников А.И., Берегун В.С., Полобюк Т.А.* Статистический анализ физических моделей акустических сигналов утечки жидкости в трубопроводе // «КОНСОНАНС–2015», акустичний симпозіум, 29–30 вересня 2015 р.: Збірник праць. – К.: Інститут гідромеханіки НАН України, 2015. – С. 116–121.
10. *Берегун В.С., Красильніков О.І., Полобюк Т.А.* Статистичний аналіз акустичних сигналів витоків рідини в трубопроводах // Неруйнівний контроль та технічна діагностика: матеріали 8-ї Національної науково-технічної конференції, Київ, 22–24 листопада 2016 р., Київ, УТ НКТД, 2016. – С. 168–173.
11. *Пустовойтенко В.В., Запевалов А.С.* Оперативная океанография: современное состояние, перспективы и проблемы спутниковой альтиметрии. – Севастополь: Морской гидрофизический институт НАН Украины, 2012. – 218 с.
12. *Статистический* анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, С.Н. Постовалов, Е.В. Чимитова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 888 с.
13. *Берегун В.С., Гармаш О.В., Красильников А.И.* Среднеквадратические ошибки оценок кумулянтных коэффициентов пятого и шестого порядков // Электронное моделирование. – 2014. – Том 36, № 1. – С. 17–28.
14. *Вадзинский Р.Н.* Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.