

О ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЯХ ПЛОСКИХ СИСТЕМ, ОБРАЗОВАННЫХ ИЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ВНУТРЕННИМИ ЭКРАНАМИ

А.О. СВЯТНЕНКО

Государственное предприятие

«Киевский научно-исследовательский институт гидроприборов»

Предложенная в работах В.Т. Гринченко, И.В. Вовка, В.Т. Маципуры и их учеников идея по использованию несимметричного расположения акустических экранов во внутренних полостях цилиндрических преобразователей может оказаться благотворной при построении гидроакустических антенн. В частности, в случае обеспечения возможности формирования однонаправленности на её основе могут быть технически реализованы однонаправленные глубоководные антенны без внешних гидроакустических экранов. Исходя из этого, представляется целесообразным более подробно изучить особенности формирования физических полей антеннами, образованными из цилиндрических пьезокерамических преобразователей компенсированной конструкции с внутренними акустически мягкими экранами. К их физическим полям относятся электрические, механические и акустические поля. Рассмотрим задачу излучения звука такими антеннами на примере плоской антенной решетки (рис.1). Из физических соображений ясно, что особенностью функционирования таких антенн является наличие в этом процессе взаимодействий нескольких видов: взаимодействие механических, электрических и акустических полей в процессе преобразования энергии пьезокерамическими преобразователями, взаимодействия по акустическим полям между пьезокерамическими оболочками и экранами внутри преобразователя и между преобразователями в решетке во внешней среде и взаимодействие преобразователей со средами внутри и вне их. Перечисленные особенности должны быть учтены в расчетной модели антенны.

Пусть имеется плоская антенная решетка, образованная из N цилиндрических пьезокерамических излучателей с окружной поляризацией и с внутренними мягкими экранами. Геометрия задачи и введены для её решения системы координат демонстрирует рис 1.

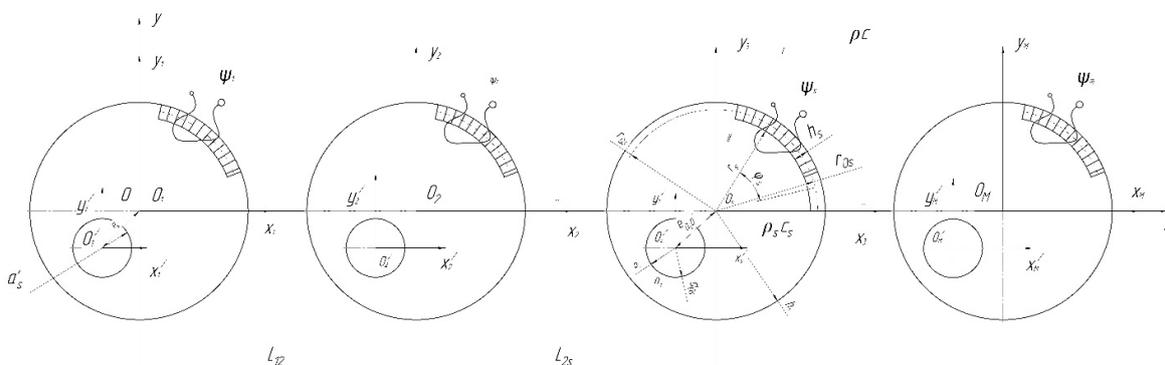


Рис 1. Нормальное сечение плоской системы

Аналитические соотношения для искомым физических полей с учетом изученных выше особенностей их взаимодействия могут быть получены в результате совместного решения системы дифференциальных уравнений, состоящих из:

- уравнений вынужденной электростатики для пьезокерамики:

$$\vec{E}_s = -\text{grad } \Psi_s; \quad \text{div} \vec{D}_s = 0, \quad (1)$$

- уравнений движения тонких пьезокерамических оболочек с окружной поляризацией в перемещениях:

$$(1 + \beta_s) \frac{\partial^2 U_s}{\partial \varphi_s^2} + \frac{\partial W_s}{\partial \varphi_s} - \beta_s \frac{\partial^3 W_s}{\partial \varphi_s^3} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 U_s}{\partial t^2};$$

$$-\frac{\partial U_s}{\partial \varphi_s} + \beta_s \left(\frac{\partial^3 U_s}{\partial \varphi_s^3} - \frac{\partial^4 W_s}{\partial \varphi_s^4} \right) - W_s + \frac{e_{33s}}{c_{33s}} r_{0s} E_{\varphi_s} + \frac{\alpha_s}{h_s} q_{rs} = \alpha_s \gamma_s \frac{\partial^2 W_s}{\partial t^2}, \quad (2)$$

- уравнения Гельмгольца, описывающего движение сред внутри и вне излучателей системы:

$$\Delta \Phi_s + k_{is} \Phi_s = 0, s = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где \vec{E}_s и \vec{D}_s – векторы напряженности и индукции электрического поля s -го излучателя;

Δ – оператор Лапласа; Φ_s – потенциал скорости s -го излучателя; k_{is} – волновые числа внешней

(k) и внутренней (k_{is}) сред. Далее, $\beta_s = \frac{h_s^2}{12r_{0s}^2} \left(1 + \frac{e_{33s}^2}{C_{33s}^E \epsilon_{33s}^s} \right)$; $\alpha_s = \frac{r_{0s}^2}{C_{33s}^E}$; q_{rs} – внешняя

радиационная нагрузка s -го излучателя; $C_{33s}^E, \epsilon_{33s}^s, e_{33s}$ – соответственно модуль упругости при нулевой электрической напряженности, диэлектрическая проницаемость при нулевой деформации и пьезоконстанта пьезоэлектрической оболочки s -го излучателя; γ_s – плотность материала оболочки s -го излучателя.

Электрические условия задачи при динамическом деформировании излучателей системы напряжением Ψ_{0s} для каждого s -го излучателя системы ($s=1, \dots, N$) включают задание напряженности электрического поля в s -ой пьезокерамической призме оболочки с числом призм M_s в виде:

$$E_{\varphi_s}^{(j)} = -\frac{\Psi_{0s} M_s}{2\pi r_{0s}}. \quad (4)$$

Решение сформулированной задачи будем осуществлять методом связанных полей в многосвязных областях. Для этого всю многосвязную область существования физических полей плоской системы разобьем на ряд частичных областей. Тогда кинематические и динамические условия сопряжения полей на границах областей приобретут вид:

$$\phi_{1s} = 0, a_s = a_{0s}, 0 \leq |\theta_s| \leq \pi;$$

$$-\frac{\partial \phi_{1s}}{\partial r_s} = \frac{\partial W_s}{\partial t}, 0 \leq |\varphi| \leq \pi; r_s = r_{1s};$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial r_s} = \frac{\partial W_s}{\partial t}, 0 \leq |\varphi| \leq \pi; r_s = r_{2s}; \quad (5)$$

$$\sigma_{rs} = -q_{rs} = -\left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial \phi_{1s}}{\partial t} \right), 0 \leq |\varphi| \leq \pi; s = 1, \dots, N,$$

где $\phi = \sum_{s=1}^N \phi_s$ – потенциал скорости полного поля излучения системы; σ_{r_s} – нормальная составляющая тензора механических напряжений в пьезокерамике s -го излучателя.

Представим механические U_s, W_s и акустические Φ_{1s}, u, Φ поля всех излучателей разложениями по угловым и волновым функциям кругового цилиндра:

$$\begin{aligned}
 U_s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{ns} e^{in\varphi_s}; W_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W_{ns} e^{in\varphi_s} \\
 \Phi_{1s}(a_s, \Theta_s) &= \sum_m \left[C_m^{(s)} J_m(k_{2s} a_s) + D_m^{(s)}(k_{2s} a_s) \right] e^{im\Theta_s}; \\
 \Phi_{1s}(r_s, \varphi_s) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{(s)} H_n^{(1)}(kr_s) e^{in\varphi_s}, s=1, \dots, N.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Входящие в соотношение (6) неизвестные коэффициенты определяются в том числе и из условий сопряжения (5). Необходимые для этого представления полей в локальных координатах соответствующего излучателя связаны с применением теории сложения для цилиндрических волновых функций в виде:

$$\begin{aligned}
 J_m(k_1 a_s) e^{im\Theta_s} &= \sum_n J_{m-n}(k_{1s} l_{0s'0s}) J_n(k_{1s} r_s) e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} e^{in\varphi_s}; \\
 N_m(k_1 a_s) e^{im\Theta_s} &= \sum_n J_{m-n}(k_1 l_{0s'0s}) e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} N_n(k_2 r_s) e^{in\varphi_s}; \\
 H_m^{(l)}(k a_s) e^{im\Theta_s} &= \sum_n J_n(k r_s) H_{m-n}^{(l)}(k r_s) e^{i(m-n)\varphi_{O_s' O_s}} e^{in\varphi_s},
 \end{aligned} \tag{7}$$

где $l_{O_s' O_s}, r_{qs}$ и φ_{qs} и $\varphi_{O_s' O_s}$ – полярные координаты начал координатных систем O_q и O_s' в системах координат с началом O_s .

Алгебраизация функциональных уравнений (1)–(5) с использованием соотношений (6), (7) и свойств полноты и ортогональности систем угловых функций позволяет получить для определения неизвестных коэффициентов разложений (6) бесконечную систему линейных алгебраических уравнений.

В качестве примера применения полученных соотношений на рис 2–4 приведены результаты расчетов частотных зависимостей амплитуд колебательных скоростей поверхностей излучателей (рис 2), давлений на поверхности излучателей (рис 3) и электрического тока во внешних цепях излучателей (рис 4). Расчеты выполнялись для следующих характеристик: $N=3$; $r_0=0.068$ м; $h=0.008$ м; $M=48$; $\psi_0=200$ В; $l=0.155$ м; $a=0.9r_0$; $l_{O_s' O_s}=0.04r_0$. Излучатели считались изготовленными из материала с физическими свойствами, соответствующими пьезокерамике ЦТБС-3.

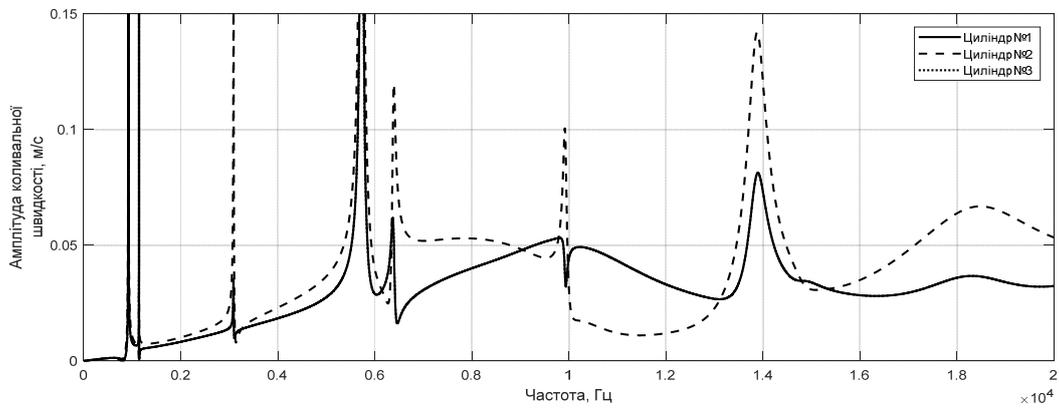


Рис. 2. Частотные зависимости амплитуд колебательных скоростей поверхностей излучателей

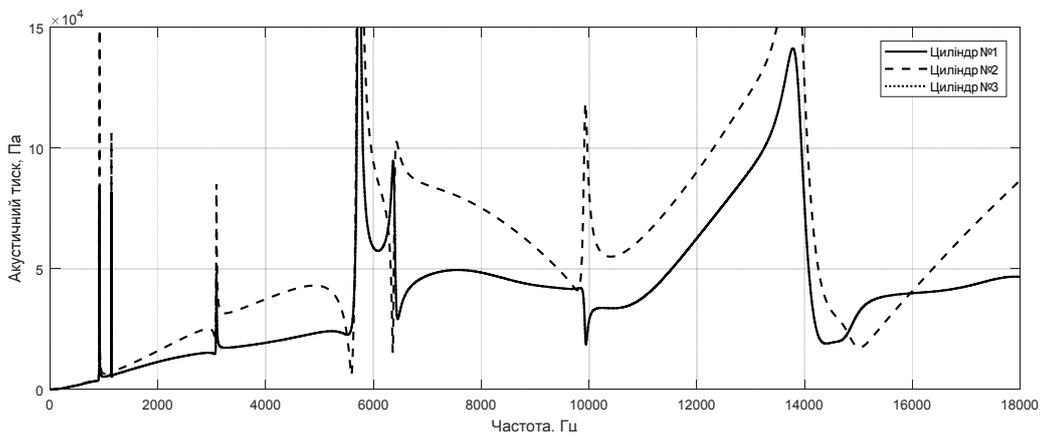


Рис. 3. Давление на поверхностях излучателей

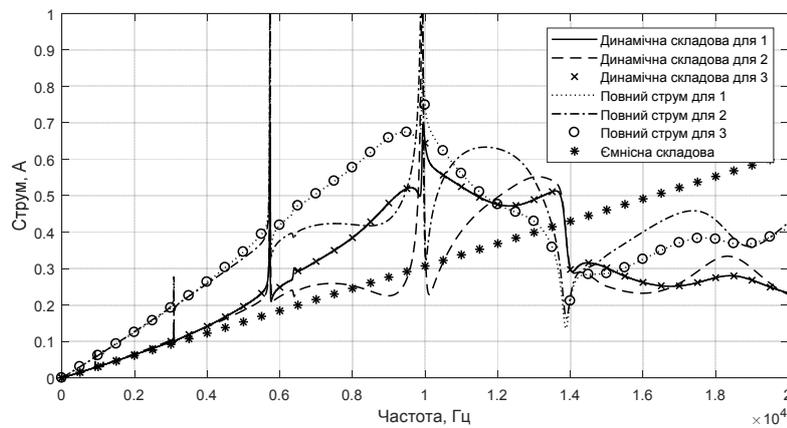


Рис. 4. Частотные зависимости амплитуд электрического тока во внешних цепях излучателей