УДК 532.591

ХВИЛЬОВЕ НАВАНТАЖЕННЯ НА ЕЛЕМЕНТИ ОФШОРНИХ КОНСТРУКЦІЙ У МІЛКОВОДНІЙ ЗОНІ. ЧАСТИНА 1

В. В. Яковлев†, В. О. Ткаченко, В. В. Бондар, Т. Б. Гончаренко

Інститут гідромеханіки НАН України
вул. Марії Капніст, 8/4, 03057, Київ, Україна
†E-mail: YakovlevVV@nas.gov.ua

Отримано 24.03.2023

Проаналізовано застосовність теорії довгих нелінійних хвиль до проблеми визначення хвильових навантажень на елементи офшорних конструкцій у прибережній зоні моря. Показано, що для розрахунків хвильових навантажень у мілководній зоні необхідно застосовувати теорію кноїдальних хвиль, яка дає найкращий збіг з експериментальними даними порівняно з лінійною теорією та іншими підходами. На основі тривимірної моделі дифракції хвиль на перешкоді в формі тіла обертання навколо вертикальної осі показано, що в задачах визначення хвильових навантажень можливе застосування принципу гармонічної суперпозиції. Проведено оцінки нелінійної взаємодії між хвилями, що набігають на перешкоду і відбиваються від неї. Показано, що на відстанях порядку характерного розміру перешкоди такою нелінійністю можливо знехтувати. Таким чином, задачу дифракції кноїдальних хвиль на тілах обертання можна звести до послідовності задач дифракції гармонічних хвиль, на які розкладається кноїдальна хвиля, що набігає на перешкоду. У рамках такого підходу виконано розрахунки хвильових навантажень на перешкоду в формі вертикального кругового конуса для різних значень параметра, який характеризує крутизну хвиль. Проаналізовано вплив крутизни набігаючих хвиль на поведінку хвильових навантажень і перекидаючих моментів. Зокрема, показано, що для досить коротких хвиль при куті нахилу твірної конуса 45° спостерігається зміна знаку дії перекидаючого моменту за умови, що максимальний сумарний перекидаючий момент направлено назустріч набігаючій хвилі. Отримані результати будуть корисними при проєктуванні та розрахунку буферних морських нафтосховищ із використанням затоплюваних резервуарів, які встановлюються на прибережних шельфах і піддаються активному впливу вітрових хвиль.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: довгі нелінійні хвилі, хвильові навантаження, перекидаючий момент, кноїдальні хвилі

На цей документ поширюється дія ліцензії CC-BY-NC-ND 4.0
DOI: https://doi.org/10.15407/jha2024.02.198

1. ВСТУП

Дослідження хвильових навантажень – актуальна проблема, якій присвячено велику кількість наукових праць. Унаслідок складності математичного моделювання ефектів набігання нелінійних поверхневих хвиль на перешкоди результати теоретичних і експериментальних досліджень у цій галузі мають суттєве значення не лише для офшорних споруд [1–5].

Нині при освоєнні шельфу північних морів у багатьох країнах поширення набула практика використання різноманітних льодостійких споруд гравітаційного типу, розміри яких співмірні з довжиною набігаючої хвилі. Найчастіше зустрічаються конструкції, які мають форму, близьку до циліндричної або конічної. Окрім того, значна віддаленість морських нафтопромислів від берега призводить до необхідності спорудження буферних морських нафтосховищ. Для їх створення застосовуються металеві або залізобетонні резервуари, які затоплюються під поверхню води та встановлюються на дні моря. Як правило, вони дислокуються у відкритій зоні моря, де піддаються активному впливу вітрових хвиль. У відкритих акваторіях при розгонах понад 1000 км можуть генеруватися хвилі довжиною $\lambda = (300 \ldots 400)$ м, для яких прибережна зона шельфу з глибиною $H = (30 \ldots 40)$ м є мілководною. Застосування для оцінки їхньої дії лінійного наближення може призводити до великих похибок.

У статті [6] проведено зіставлення експериментальних результатів з теоретичними розв'язками нелінійної та лінійної задач про дифракційну взаємодію хвиль із вертикальним круговим циліндром. Із порівняння випливає, що лінійний розв'язок дає помітну похибку тільки при дуже довгих хвилях. При $2a/\lambda > 0.2$ він практично не відрізняється від нелінійного й добре узгоджується з експериментальними даними. Відмінність лінійної теорії та експерименту при малих $2a/\lambda$ пояснюється тим, що в цьому випадку в натурних умовах реалізуються не гармонічні, а кноїдальні хвилі, вплив яких на круговий циліндр помітно сильніший [7].

У роботі [7] показано, що врахування форми кноїдальної хвилі призводить до значного збільшення хвильових навантажень на вертикальний круговий циліндр. На Рис. 1 представлено графік відношення максимальних сил, що діють на вертикальний круговий циліндр, обчислених за кноїдальною теорією хвиль і лінійною теорією мілкої води відповідно. Тут h – амплітуда хвилі, $k = 2\pi/\lambda$. Із графіка випливає, що для малих ka, коли переважає інерційна складова хвильового навантаження, спостерігається значне збільшення R, обумовлене великим прискоренням частинок рідини для хвиль із крутими гребенями.

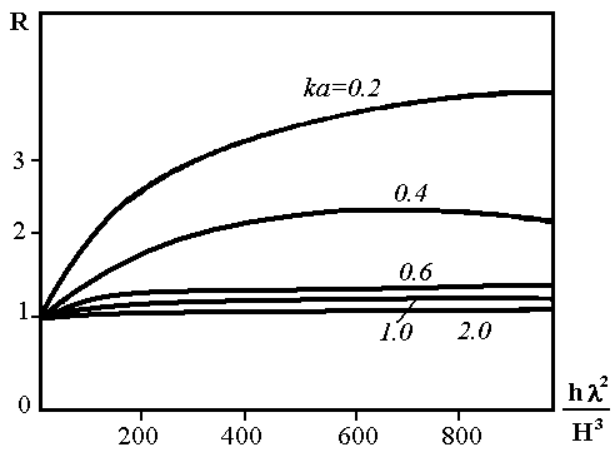

Рис. 1. Відношення максимальних сил, що діють на вертикальний круговий циліндр, обчислених за кноїдальною теорією хвиль, до значень, отриманих за лінійною теорією мілкої води

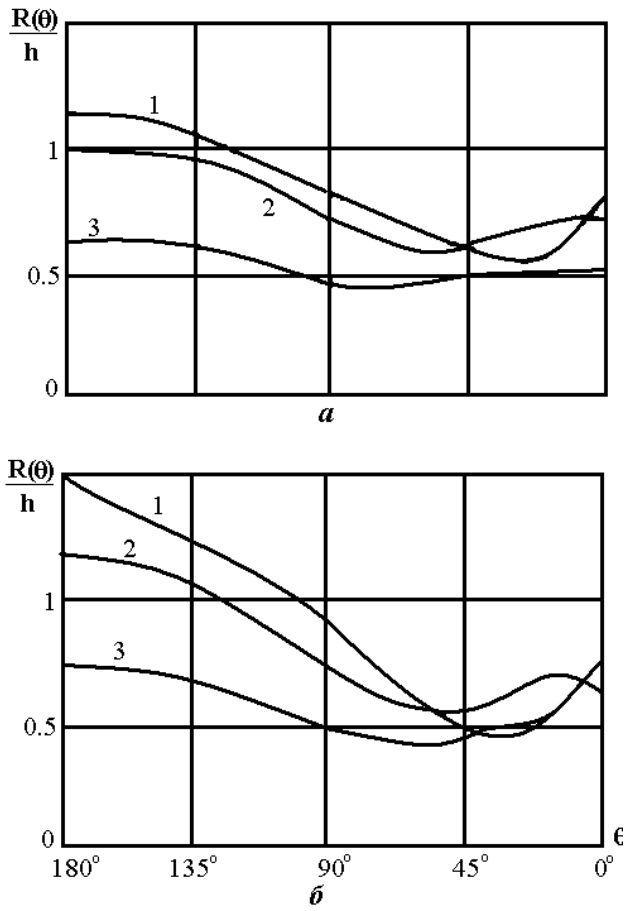

Рис. 2. Відносне підняття вільної поверхні вздовж контуру циліндра:
а — $k_2a = 0.4$, $\lambda = 1.45$; *б* — $k_2a = 0.52$, $\lambda = 2.14$

У роботі [8] проведено порівняння результатів, отриманих за синусоїдальною та кноїдальною теоріями хвиль, з експериментальними даними. На Рис. 2 представлено залежності підняття вільної поверхні вздовж контуру циліндра $R(\theta)/h$ для різних довжин хвиль. Крива *1* відповідає експериментальним даним, а криві *2* і *3* – кноїдальній і синусоїдальній теоріям хвиль відповідно. Очевидно, що кноїдальна теорія значно краще узгоджується з експериментом, ніж лінійна (синусоїдальна).

Підняття вільної поверхні, яке відповідає кноїдальній хвилі висоти h й отримане в першому наближенні по h/H, визначається виразом [4]:

$$\frac{\eta}{h} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2i\varepsilon_m \cos m\theta}{\pi n k_2 a H_m'^{(1)}(nk_2a)} \exp(-in\omega t).$$

Коефіцієнти, отримані в результаті розкладу потенціалу швидкостей набігаючої хвилі в ряд Фур'є, мають загальний вигляд

$$A_n = \left(\frac{2\pi}{kK(k)}\right)^2 B_n,$$

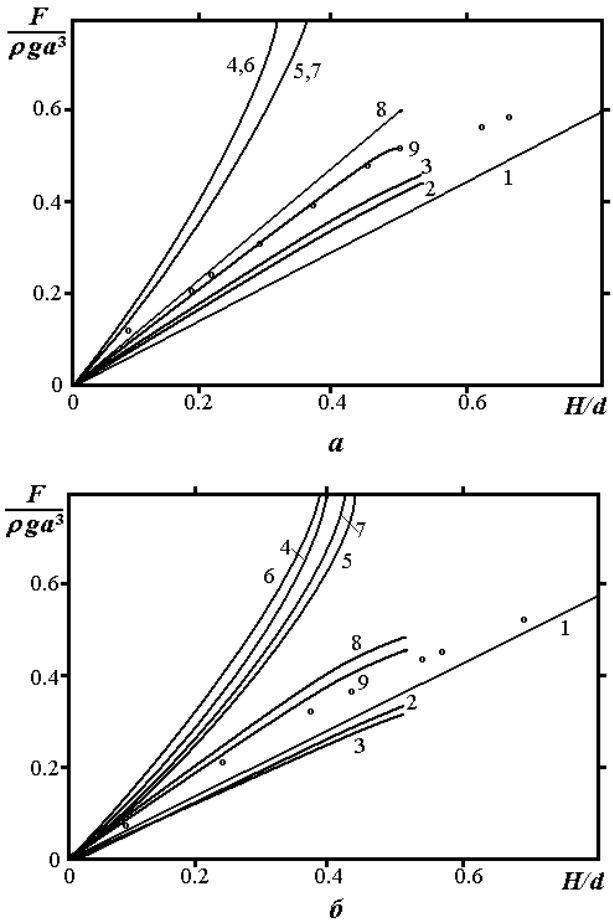

Рис. 3. Порівняння розрахункових хвильових навантажень
від кноїдальних хвиль з експериментальними даними:
а — для кругового циліндра; *б* — для квадратного циліндра

де $K(k)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду; B_n – деякі константи. Величина A_n для кожного значення h залежить від модуля еліптичного інтеграла k $(0 < k < 1)$, який дає порівняльну оцінку ефектів нелінійності й дисперсії. При $k \to 0$ кноїдальна хвиля прямує до гармонічної, а при $k \to 1$ – до відокремленої хвилі.

У роботі [4] для опису кноїдальних хвиль було введено величину

$$\tilde{\lambda} = \frac{4k^2 K(k)}{3\pi^2}$$

Отриманий у роботі [9] розв'язок виражається через звичайний дифракційний параметр $k_2 a$ та $\tilde{\lambda}$. У першому наближенні кноїдальної теорії хвиль по h/H величина $\tilde{\lambda} = h/H^3 k_2^2$ відіграє роль еквівалента числа Урсела $U = 4\pi^2\tilde{\lambda}$. Останнє, як відомо, характеризує відношення нелінійності h/H до дисперсії – $(H/\lambda)^2$. У публікації [10] показано, що при $U \ll 1$ $(\tilde{\lambda} \to 0)$ нелінійність не суттєва, й хвилі описуються лінійною дисперсійною теорією. При $U \gg 1$ $(\tilde{\lambda} \to \infty)$ дисперсією можна знехтувати, а хвилі підпорядковуються нелінійним рівнянням мілкої води.

Порівняльний аналіз різних описаних у літературі підходів для визначення хвильо-

вих навантажень на перешкоди великих поперечних розмірів наведено в роботі [11]. Рис. 3 ілюструє зіставлення з експериментальними даними хвильових навантажень від кноїдальних хвиль для кругового й квадратного циліндрів при розрахунках за різними підходами. Криві *1* відповідають лінійній дифракційній теорії гармонічних хвиль; *2* – лінійній дифракційній теорії з довжиною нелінійної хвилі; *3* – лінійній інерційній складовій хвильового навантаження з довжиною нелінійної хвилі; *4*, *5*, *6*, *7* – різним наближенням нелінійної інерційної складової хвильового навантаження; *8* – методу гармонічної суперпозиції; *9* – розробленому Ізаксоном кроково-часовому методу чисельного розв'язку тривимірної нелінійної задачі дифракції хвиль на перешкодах великих поперечних розмірів.

Із графіків видно, що всі наближені оцінки хвильових сил на основі обчислення нелінійної інерційної складової хвильового навантаження є завищеними. Найкращий збіг з експериментальними даними дають розрахунки за програмою Ізаксона в повній нелінійній тривимірній постановці та за допомогою гармонічної суперпозиції. Однак згаданий чисельний метод має суттєвий недолік – громіздкість обчислень, обумовлену необхідністю розв'язувати систему з $(300 \ldots 400)$ лінійних алгебраїчних рівнянь на кожному часовому кроці, число яких також може сягати кількох сотень. Що ж до методу гармонічної суперпозиції, то він також достатньо точно описує поведінку хвильових навантажень для довгих нелінійних хвиль і водночас є значно простішим та економічним.

За останні десятиліття проведено ряд теоретичних та експериментальних досліджень щодо визначення хвильових навантажень на різні типи гідротехнічних споруд. У роботі [12] на основі методу розділення змінних і розкладання за відповідними власними функціями потенціалу швидкостей побудовано аналітичний розв'язок задачі дифракції хвиль на затопленому вертикальному циліндрі в рідині скінченної глибини. Чисельні експерименти проводилися для дослідження впливу глибини затоплення, довжини циліндра та глибини води. Показано, що хвильові сили, які діють на затоплений циліндр, зменшуються зі збільшенням глибини затоплення. У порівнянні з плаваючим циліндром, вертикальна сила завжди невелика. Водночас горизонтальна сила й перекидаючий момент на деяких частотах можуть бути більшими, ніж для плаваючого циліндра. Також проаналізовано вплив довжини циліндра на ці величини.

У роботі [13] на основі чисельного моделювання досліджено дію екстремальних хвиль на вертикальний циліндр. Модельні рівняння дискретизовано відповідно до методу скінченних об'ємів. Проведено порівняння генерованої екстремальної хвилі з експериментальними даними, змодельовано її взаємодію з циліндром. Досліджено ударні хвильові навантаження на циліндр.

У публікації [14] досліджено нелінійні хвильові навантаження й розподіл навантаження на колони GBS (Gravity Base Structure). Тиск на кожну з колон визначено з урахуванням дифракції. Хоча всі розглянуті тут швидкості – лінійні, основною метою роботи було підкреслити роль дифракції у визначенні локальних навантажень.

Ця стаття відкриває цикл публікацій, присвячених дослідженню, в якому на основі розробленого в дисертації [15] методу гармонічної суперпозиції буде розроблено рекомендації з розрахунку хвильових навантажень на основні типи офшорних конструкцій, які найчастіше зустрічаються в практиці проєктування. Наразі ми представляємо першу, теоретичну, частину роботи.

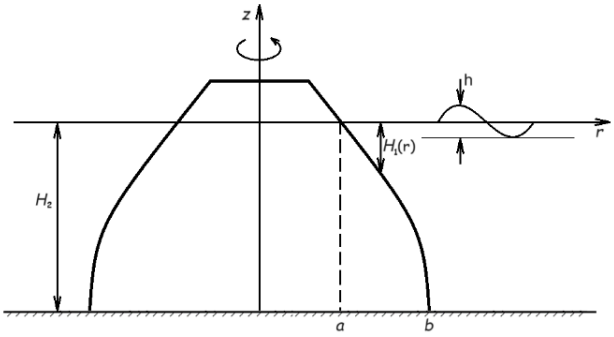

Рис. 4. Схема до постановки задачі дифракції

2. ТІЛА ОБЕРТАННЯ З ГЛАДКОЮ ТВІРНОЮ

Розглянемо тривимірну постановку задачі дифракції поверхневих гравітаційних хвиль із перешкодами в формі тіла обертання відносно вертикальної осі, Рис. 4 [16].

Нехай $Oxyz$ і $Or\theta z$ декартова й циліндрична системи координат відповідно, t – час, η – відхилення вільної поверхні від незбуреного рівня рідини, H_2 – глибина рідини, λ – довжина набігаючої хвилі, b – радіус основи перешкоди. Розглянемо області $\Omega_1 = \{a \leq r \leq b, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -H_1(r) \leq z \leq \eta_1\}$ і $\Omega_2 = \{r > b, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -H_2 \leq z \leq \eta_2\}$, в яких відповідні потенціали швидкостей ϕ_1 та ϕ_2 відповідають рівнянню Лапласа

$$\nabla^2 \phi_i = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{1}$$

а також граничним умовам:

- на дні

$$\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} + \vec{\nabla} \phi_i \cdot \vec{\nabla} H_i \right)_{z=-H_i} = 0, \qquad i = 1, 2; \tag{2}$$

- умовам спряження на границі розподілу двох областей

$$\eta_1|_{r=b} = \eta_2|_{r=b}, \tag{3}$$

$$U(z + H_1) \frac{\partial \phi_1}{\partial r}\Big|_{r=b} = \frac{\partial \phi_2}{\partial r}\Big|_{r=b}, \tag{4}$$

де $U(x)$ – функція Хевісайда;

- кінематичній та динамічній умовам на вільній поверхні

$$\left(\frac{\partial \eta_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \eta_i \cdot \vec{\nabla} \phi_i - \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)_{z=\eta_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{5}$$

$$\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \phi_i)^2 + g\eta_i \right)_{z=\eta_i} = 0, \qquad i = 1, 2. \tag{6}$$

Введемо такі безрозмірні змінні:

$$(x^*, y^*, r^*, b^*) = \frac{(x, y, r, b)}{\lambda}, \qquad z^* = \frac{z}{H_2}, \qquad \eta_i^* = \frac{\eta_i}{\sigma H_2},$$
$$t^* = \frac{t\sqrt{gH_2}}{\lambda}, \qquad \phi_i^* = \frac{\phi_i}{\sigma\lambda\sqrt{gH_2}}, \qquad H_i^* = \frac{H_i}{H_2}. \tag{7}$$

Тут $\sigma = (H_2/\lambda)^2 \ll 1$. Для простоти записів у подальшому зірочки буде опущено.

Нормалізація (7) дозволяє перейти від крайової задачі (1)–(6) до крайової задачі з безрозмірними змінними:

$$\sigma\nabla_h^2\phi_i + \frac{\partial^2\phi_i}{\partial z^2} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial z} + \sigma\vec{\nabla}\phi_i \cdot \vec{\nabla}H_i\right)_{z=-H_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{9}$$

$$\eta_1|_{r=b} = \eta_2|_{r=b}, \tag{10}$$

$$U(z + H_1)\frac{\partial\phi_1}{\partial r}\Big|_{r=b} = \frac{\partial\phi_2}{\partial r}\Big|_{r=b}, \tag{11}$$

$$\left(\sigma\frac{\partial\eta_i}{\partial t} + \sigma^2\vec{\nabla}_h\eta_i \cdot \vec{\nabla}_h\phi_i - \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\right)_{z=\sigma\eta_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{12}$$

$$\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\sigma(\vec{\nabla}_h\phi_i)^2 + \eta_i\right)_{z=\sigma\eta_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{13}$$

де ∇_h^2 – двовимірний оператор Лапласа в площині $(r\theta)$.

У відповідності з гідродинамічним підходом до побудови довгохвильових моделей, представимо потенціал ϕ_i у вигляді степеневого ряду, який має формальний вигляд:

$$\phi_i = \sum_{n=0}^{\infty}(z + H_i)^n\sigma^n\left(\frac{\partial^n\xi_i}{\partial z^n}\right)_{z=-H_i}.$$

Підстановка цього розкладу в рівняння Лапласа (8) і граничну умову на дні (9) зрештою призводять до такого запису потенціалу швидкостей [15]:

$$\begin{aligned}
\phi_i = \chi_i - \\
-\sigma\left[(z + H_i)\vec{\nabla}\chi_i \cdot \vec{\nabla}H_i + \frac{(z + H_i)^2}{2}\nabla^2\chi_i\right] + \sigma^2\Big\{(z + H_i)(\vec{\nabla}\chi_i \cdot \vec{\nabla}H_i)(\vec{\nabla}H_i)^2 + \\
+(z + H_i)^2\left[\frac{1}{2}(\nabla^2H_i)(\vec{\nabla}\chi_i \cdot \vec{\nabla}H_i) + \vec{\nabla}H_i \cdot \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\chi_i \cdot \vec{\nabla}H_i) + \frac{1}{2}\nabla^2\chi_i(\vec{\nabla}H_i)^2\right] + \\
+\frac{(z + H_i)^3}{3}\left[\frac{1}{2}\nabla^2H_i\nabla^2\chi_i + \vec{\nabla}H_i\vec{\nabla}(\nabla^2\chi_i) + \nabla^2(\vec{\nabla}\chi_i \cdot \vec{\nabla}H_i)\right] + \\
+\frac{(z + H_i)^4}{24}\nabla^2(\nabla^2\chi_i)\Big\} + O(\sigma^3).
\end{aligned} \tag{14}$$

Тут $\chi_i = \chi_i(r, \theta, t)$.

Підставляючи ряд (14) в умову (13), знаходимо η_i:

$$\eta_i = -\frac{\partial \chi_i}{\partial t} + \sigma \left\{ H_i \vec{\nabla} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \cdot \vec{\nabla} H_i + \frac{1}{2} H_i^2 \nabla^2 \frac{\partial \chi_i}{\partial t} - \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \chi_i)^2 \right\} + O(\sigma^3). \tag{15}$$

Отримані вирази (14) і (15) підставляємо у співвідношення (12) та в умови спряження (10) і (11). При цьому ліві й праві частини умови (11) попередньо множаться на функцію $(\sigma\eta_2 - z)$. Звідси маємо

$$\begin{gathered} \nabla^2 \chi_i H_i + \vec{\nabla} \chi_i \cdot \vec{\nabla} H_i - \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2} = \sigma \left\{ \frac{H_i^3}{6} \nabla^4 \chi_i - \frac{H_i^2}{2} \nabla^2 \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \chi_i)^2 + \right. \\ \left. + \nabla^2 \chi_i \frac{\partial \chi_i}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla^2 (\vec{\nabla} \chi_i \cdot \vec{\nabla} H_i) + \vec{\nabla} \frac{\partial \chi_i}{\partial t} \cdot \vec{\nabla} \chi_i - H_i \vec{\nabla} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial t^2} \cdot \vec{\nabla} H_i \right\} + O(\sigma^2), \end{gathered} \tag{16}$$

$$\begin{gathered} \left\{ \frac{\partial \chi_1}{\partial t} + \sigma \left[\frac{1}{2} H_1^2 \nabla^2 \frac{\partial \chi_1}{\partial t} - \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \chi_1)^2 \right] + O(\sigma^2) \right\}_{r=b} = \\ = \left\{ \frac{\partial \chi_2}{\partial t} + \sigma \left[\frac{1}{2} \nabla^2 \frac{\partial \chi_2}{\partial t} - \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \chi_2)^2 \right] + O(\sigma^2) \right\}_{r=b}, \end{gathered} \tag{17}$$

$$\begin{gathered} \left\{ (H_1 + \sigma\eta_1) \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi_1 - \sigma \frac{H_1^3}{3!} \nabla^2 \chi_1 + O(\sigma^2) \right) \right\}_{r=b} = \\ = \left\{ (1 + \sigma\eta_2) \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi_2 - \sigma \frac{1}{3!} \nabla^2 \chi_2 + O(\sigma^2) \right) \right\}_{r=b}, \end{gathered} \tag{18}$$

Представимо χ_i у вигляді ряду

$$\chi_i = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma^n \chi_i^{(n)}. \tag{19}$$

Підставляючи розклад (19) у систему (16)–(18), отримуємо в нульовому наближенні по σ:

$$H_i \nabla^2 \chi_i^{(0)} + \vec{\nabla} \chi_i^{(0)} \cdot \vec{\nabla} H_i - \frac{\partial^2 \chi_i^{(0)}}{\partial t^2} = 0, \qquad i = 1, 2, \tag{20}$$

$$\left. \frac{\partial \chi_1}{\partial t} \right|_{r=b} = \left. \frac{\partial \chi_2}{\partial t} \right|_{r=b}, \tag{21}$$

$$H_1 \left. \frac{\partial \chi_1}{\partial r} \right|_{r=b} = \left. \frac{\partial \chi_2}{\partial r} \right|_{r=b}; \tag{22}$$

в першому наближенні по σ:

$$\begin{gathered} H_i \nabla^2 \chi_i^{(1)} + \vec{\nabla} \chi_i^{(1)} \cdot \vec{\nabla} H_i - \frac{\partial^2 \chi_i^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{H_i^3}{6} \nabla^4 \chi_i^{(0)} - \frac{1}{2} H_i^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 \chi_i^{(0)}}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \chi_i^{(0)})^2 + \\ \nabla^2 \chi_i^{(0)} \frac{\partial \chi_i^{(0)}}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla^2 (\vec{\nabla} \chi_i^{(0)} \cdot \vec{\nabla} H_i) + \vec{\nabla} \frac{\partial \chi_i^{(0)}}{\partial t} \cdot \vec{\nabla} \chi_i^{(0)} - H_i \vec{\nabla} \frac{\partial^2 \chi_i^{(0)}}{\partial t^2} \cdot \vec{\nabla} H_i, \end{gathered} \tag{23}$$

$$\left(\frac{\partial\chi_1^{(1)}}{\partial t}-\frac{\partial\chi_2^{(1)}}{\partial t}\right)_{r=b}=\left\{\frac{1}{2}\left(\nabla^2\frac{\partial\chi_2^{(0)}}{\partial t}-H_1^2\nabla^2\frac{\partial\chi_1^{(0)}}{\partial t}\right)+\frac{1}{2}(\vec{\nabla}\chi_1^{(0)})^2-\frac{1}{2}(\vec{\nabla}\chi_2^{(0)})^2\right\}_{r=b}, \tag{24}$$

$$H_1\left(\frac{\partial\chi_1^{(1)}}{\partial r}-\frac{\partial\chi_2^{(1)}}{\partial r}\right)_{r=b}= \left\{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\chi_2^{(0)}}{\partial r}-H_1\frac{\partial\chi_1^{(0)}}{\partial r}\right)+\frac{1}{3!}\left(\frac{\partial}{\partial r}\nabla^2\chi_2^{(0)}-H_1^4\frac{\partial}{\partial r}\nabla^2\chi_1^{(0)}\right)\right\}_{r=b}. \tag{25}$$

Рівняння (16) для окремого випадку $H_i = H_2 = \text{const}$ отримано в роботі [11].

У роботі [17] показано, що побудований у такий спосіб асимптотичний розклад сходиться на відстані $x/\lambda = O(1)$. Зрозуміло, що для розглянутого нижче класу задач дифракції кноїдальних хвиль на тілах обертання ця умова виконується. У правій частині рівняння (16) присутні нелінійні члени, які при взаємодії між падаючою й відбитою хвилями можуть виявитися резонансними.

Для оцінки порядку членів резонансної взаємодії розглянемо рівняння (16) в окремому випадку $H_i = H_2 = const$:

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}=\sigma\left(-\frac{1}{6}\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}+\frac{1}{2}\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2}\partial t^2-\frac{\partial\chi}{\partial t}\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}-2\frac{\partial\chi}{\partial x}\frac{\partial^2\chi}{\partial x}\partial t\right). \tag{26}$$

Представимо функцію χ у вигляді ряду

$$\chi=\frac{1}{2}\sum_\nu\phi^{(\nu)}(t)\exp(i\gamma_\nu x)$$

й підставимо її в рівняння (26):

$$\begin{aligned}\sum_\nu\left(\frac{\partial^2\phi^{(\nu)}}{\partial t^2}+\gamma_\nu\phi^{(\nu)}\right)\exp(i\gamma_\nu x)=\sigma\Bigg\{&-\frac{1}{6}\sum_\nu\gamma_\nu\phi^{(\nu)}\exp(i\gamma_\nu x)-\\ -\frac{1}{2}\sum_\nu\gamma_\nu^2\frac{\partial^2}{\phi^{(\nu)}}\partial t^2\exp(i\gamma_\nu x)&+\frac{1}{2}\sum_\nu\frac{\partial\phi^{(\nu)}}{\partial t}\exp(i\gamma_\nu x)\sum_\nu\gamma_\nu^2\phi^\nu\exp(i\gamma_\nu x)+\\ +\sum_\nu\gamma_\nu^2\phi^{(\nu)}\exp(i\gamma_\nu x)&+\sum_\nu\gamma_\nu^2\phi^{(\nu)}\exp(i\gamma_\nu x)\sum_\nu\gamma_\nu\frac{\partial\phi^{(\nu)}}{\partial t}\exp(i\gamma_\nu x)\Bigg\}.\end{aligned} \tag{27}$$

Прирівнявши в рівнянні (27) коефіцієнти при однакових ступенях $\exp(i\gamma_\nu x)$, отримаємо

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\phi^{(\nu)}}{\partial t^2}+\gamma_\nu^2\phi^{(\nu)}=\sigma\Bigg\{&-\frac{1}{6}\gamma_\nu^4\phi^{(\nu)}-\frac{1}{2}\gamma_\nu^2\frac{\partial^2\phi^{(\nu)}}{\partial t^2}+\\ &+\frac{1}{2}\sum_{\gamma_\alpha+\gamma_\beta=\gamma_\nu}\frac{\partial\phi^{(\alpha)}}{\partial t}\phi_\beta\gamma_\beta^2+\sum_{\gamma_\alpha+\gamma_\beta=\gamma_\nu}\gamma_\alpha\phi^{(\alpha)}\gamma_\beta\frac{\partial\phi^{(\beta)}}{\partial t}\Bigg\}.\end{aligned} \tag{28}$$

Розглянемо взаємодію зустрічних хвиль. Для цього представимо $\phi^{(\nu)}(t)$ у вигляді

$$\phi^{(\nu))}(t) = A_\nu \exp(-i\omega_\nu t) + B_\nu \exp(i\omega_\nu t). \tag{29}$$

Підставляючи розклад (29) у рівняння (28) та враховуючи, що $\gamma_\nu = \omega_\nu$, отримуємо співвідношення

$$\begin{gathered}\exp(-i\omega_\nu t)(A''_\nu - 2i\omega_\nu A'_\nu) + \exp(i\omega_\nu t)(B''_\nu + 2i\omega_\nu B'_\nu) = \sigma\Bigg\{-\frac{1}{2}\omega_\nu^2\times \\ \times\Bigg[\exp(-i\omega_\nu t)\left(A''_\nu - 2i\omega_\nu A'_\nu - \frac{2}{3}\omega_\nu^2 A_\nu + \sum_{\omega_\alpha+\omega_\beta=\omega_\nu} A_\alpha(A'_\beta - i\omega_\beta A_\beta)\left(\frac{1}{2}\omega_\alpha^2 + \omega_\alpha\omega_\beta\right)\right)+ \\ + \exp(i\omega_\nu t)\left(B''_\nu + 2i\omega_\nu B'_\nu - \frac{2}{3}\omega_\nu B_\nu + \sum_{\omega_\alpha+\omega_\beta=\omega_\nu} B_\alpha(B'_\beta + i\omega_\beta B_\beta)\left(\frac{1}{2}\omega_\alpha^2 + \omega_\alpha\omega_\beta\right)\right)+ \\ + \sum_{\omega_\alpha+\omega_\beta=\omega_\nu}\left(\frac{1}{2}\omega_\alpha^2 + \omega_\alpha\omega_\beta\right)\exp(i(\omega_\alpha-\omega_\beta)t)B_\alpha(A'_\beta - i\omega_\beta A_\beta)+ \\ + \exp(-i(\omega_\alpha-\omega_\beta)t)A_\alpha(B'_\beta + i\omega_\beta B_\beta)\Bigg]\Bigg\}.\end{gathered} \tag{30}$$

У рівнянні (30) немає резонансних членів, тому що $\pm(\omega_\alpha - \omega_\beta) \ll \omega_\alpha + \omega_\beta = \omega_\nu$. Таким чином, у першому наближенні по σ порядок членів нелінійної взаємодії падаючої та відбитої хвилі не перевищує σ. Отже, у рамках розглянутої теорії взаємодії поодиноких і кноїдальних хвиль [18], яка справедлива для $h/H < 0.5h_{\max}/H$ на відстані порядку характерного розміру перешкоди, членами нелінійної взаємодії між падаючою й відбитою хвилями можна знехтувати. Тому викладені результати справедливі в досить великій області зміни вихідних параметрів розглянутих задач. Для опису поширення більш крутих хвиль слід застосовувати нелінійно-дисперсійну модель, наведену в [19].

Розглянемо задачу дифракції кноїдальних хвиль на тілі обертання з твірною, що описується деякою функцією $H_1(r)$. При цьому обмежимось нульовим наближенням по σ, в якому відсутні члени, що виражають нелінійну взаємодію між падаючою й відбитою хвилями [20].

Потенціал швидкостей, який відповідає набігаючій кноїдальній хвилі висоти h описується за допомогою функції Якобі з аргументом q і модулем k [11]:

$$\frac{1}{\sqrt{gH_2}}\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial x} = \frac{h}{H_2}\left(\mathrm{cn}^2 q - \frac{\nu - k'^2}{k^2}\right). \tag{31}$$

Тут $q = K(k)(k_2x - \omega t)/\pi$; $k'^2 = 1 - k^2$; $\nu = E(k)/K(k)$, $E(k)$; $K(k)$ – еліптичні інтеграли 1-го і 2-го роду відповідно, причому $4K(k)$ – період функції Якобі; k_2 – хвильове число; ω – кругова частота.

Представимо праву частину виразу (31) у вигляді розкладу в ряд Фур'є

$$cn^2 q - \frac{\nu - k'^2}{k^2} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp\left(\frac{in\pi}{K(k)}\frac{K(k)(k_2x - \omega t)}{\pi}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(in(k_2x - \omega t)), \tag{32}$$

де коефіцієнти A_n визначаються таким чином [16]:

$$A_n = \frac{16}{3\tilde{\lambda}} B_n \qquad B_n = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{2n-1} \beta_m \beta_2 n - m + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m \beta_2 n + m,$$
$$\beta_n = \begin{cases} 0, & n = 2k, \\ \mu^n/2/(1+\mu^n), & n = 2k-1, \quad k = \overline{1,n}, \end{cases} \tag{33}$$
$$\tilde{\lambda} = \frac{4k^2 K^2(k)}{3\pi^2}, \qquad \mu = \exp(-\frac{\pi}{K}(k')K(k)).$$

Підставляючи розклад (32) у рівняння (31) та інтегруючи по x, отримуємо

$$\phi_i^{(2)} = \sqrt{gH_2}\frac{h}{H_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{ink_2}\exp(in(k_2x - \omega t)). \tag{34}$$

Представимо вираз (34) у вигляді розкладу в ряд за функціями Бесселя

$$\phi_i^{(2)} = \sqrt{gH_2}\frac{h}{H_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{ink_2}\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m i^m J_m(nk_2r)\cos m\theta \exp(-in\omega t). \tag{35}$$

Урахувавши умови Зомерфельда в області Ω_2, для відбитої хвилі отримаємо

$$\phi_s^{(2)} = \sqrt{gH_2}\frac{h}{H_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{ink_2}\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m H_m^{(1)}(nk_2r)\cos m\theta \exp(-in\omega t), \tag{36}$$

де $H_m^(1)(nk_2r)$ – функція Ханкеля першого роду m-го порядку.

В області Ω_1 розв'язок рівняння (20) представимо у вигляді ряду, аналогічного ряду (36):

$$\phi_1 = \sqrt{gH_2}\frac{h}{H_2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{in}\sum_{m=0}^{\infty}c_m R_m(r)\cos m\theta \exp(-in\omega t). \tag{37}$$

Тут $R_m(r)$ розв'язок рівняння

$$\frac{d^2R_m}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{H_1'(r)}{H_1(r)}\right)\frac{dR_m}{dr} + \left(\frac{n^2k_2^2}{H_1(r)} - \frac{m^2}{r^2}\right)R_m = 0, \tag{38}$$

яке виходить з умови (21) після розділення змінних.

3. ПРИКЛАД ВЗАЄМОДІЇ ХВИЛІ З ТІЛОМ ОБЕРТАННЯ

Для прикладу розглянемо дифракцію кноїдальних хвиль на тілі обертання у вигляді конуса. Горизонтальні й вертикальні компоненти дифракційних хвильових сил, а також

сумарний перекидаючий момент, які діють на нього, визначається виразами

$$\frac{F_x}{\rho g h b H_2} =$$

$$= \pi \sum_{n=1}^{\infty} A_n n k_2 b \left\{ c_1 \int\limits_a^{a+\varepsilon} R_1(r) r H_1'(r) \frac{H_2}{b} dr + \int\limits_{a+\varepsilon}^{1} S_1(r) r H_1'(r) \frac{H_2}{b} dr \right\} \exp\left(-in\omega t\right) = \xi_x,$$

$$\frac{F_z}{\rho g h b H_2} = -2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} A_n n k_2 b \left\{ c_o \int\limits_a^{a+\varepsilon} R_o(r) r dr + \int\limits_{a+\varepsilon}^{1} S_o(r) r dr \right\} \exp\left(-in\omega t\right) = \xi_z,$$

$$\frac{M_y}{\rho g h b^2} H_2 = \pi k_2 b \sum_{n=1}^{\infty} A_n n \left\{ c_1 \int\limits_a^{a+\varepsilon} R_1(r) r \left[r - (1 - H_1(r)) H_1'(r) \left(\frac{H_2}{b} \right)^2 \right] dr + \right.$$

$$\left. + \int\limits_{a+\varepsilon}^{1} S_1(r) r \left[r - (1 - H_1(r)) H_1'(r) \left(\frac{H_2}{b} \right)^2 \right] dr \right\} \exp(-in\omega t) = \mu_{ys}.$$

На Рис. 5–7 наведено залежності максимальних значень цих величин від хвильового числа $k_2 b$ для з перешкодою у вигляді конуса. Із графіків випливає, що горизонтальне навантаження й сумарний перекидаючий момент суттєво залежать від ступеню крутизни набігаючої кноїдальної хвилі й кута нахилу твірної. Зі зростанням крутизни хвилі $\tilde{\lambda}$ від 1 до 3 горизонтальне навантаження й сумарний перекидаючий момент суттєво зростають унаслідок збільшення перепаду тисків між «освітленою» й «тіньовою» зонами конструкції. Водночас, зі зменшенням «розпластаності» конструкції ($H_2/b \to 1$), горизонтальне й вертикальне хвильові навантаження суттєво зменшуються. При цьому для конструкцій з кутами нахилу твірної $\alpha = 30°$ і $45°$ для кноїдальних хвиль з довжинами $\pi D/\lambda \approx 1.4$ спостерігається локальний мінімум величин горизонтального хвильового навантаження й сумарного перекидаючого моменту. Цей ефект породжується трансформацією другої гармоніки на поверхні конічної перешкоди.

Окрім того, для достатньо коротких хвиль при $\alpha = 45°$ спостерігається зміна знаку дії перекидаючого моменту: максимальний перекидаючий момент направлений назустріч хвилі, що набігає. Причина такої аномалії полягає в тому, що вертикальне навантаження стає більшим за горизонтальне, а вони спрямованні в протилежні боки.

4. ВИСНОВКИ

У роботі проведено аналіз застосовності теорії довгих нелінійних хвиль до проблеми визначення хвильових навантажень на елементи офшорних конструкцій у прибережній зоні моря. Показано, що для розрахунків хвильових навантажень на мілководді необхідно застосовувати теорію кноїдальних хвиль, яка дає найкращий збіг з експериментальними даними у порівнянні з лінійним наближенням та іншими підходами.

На основі тривимірної моделі дифракції хвиль на перешкоді у формі тіла обертання навколо вертикальної осі показано, що в задачах визначення хвильових навантажень можливо застосовувати принцип гармонічної суперпозиції. При проведенні оцінки не-

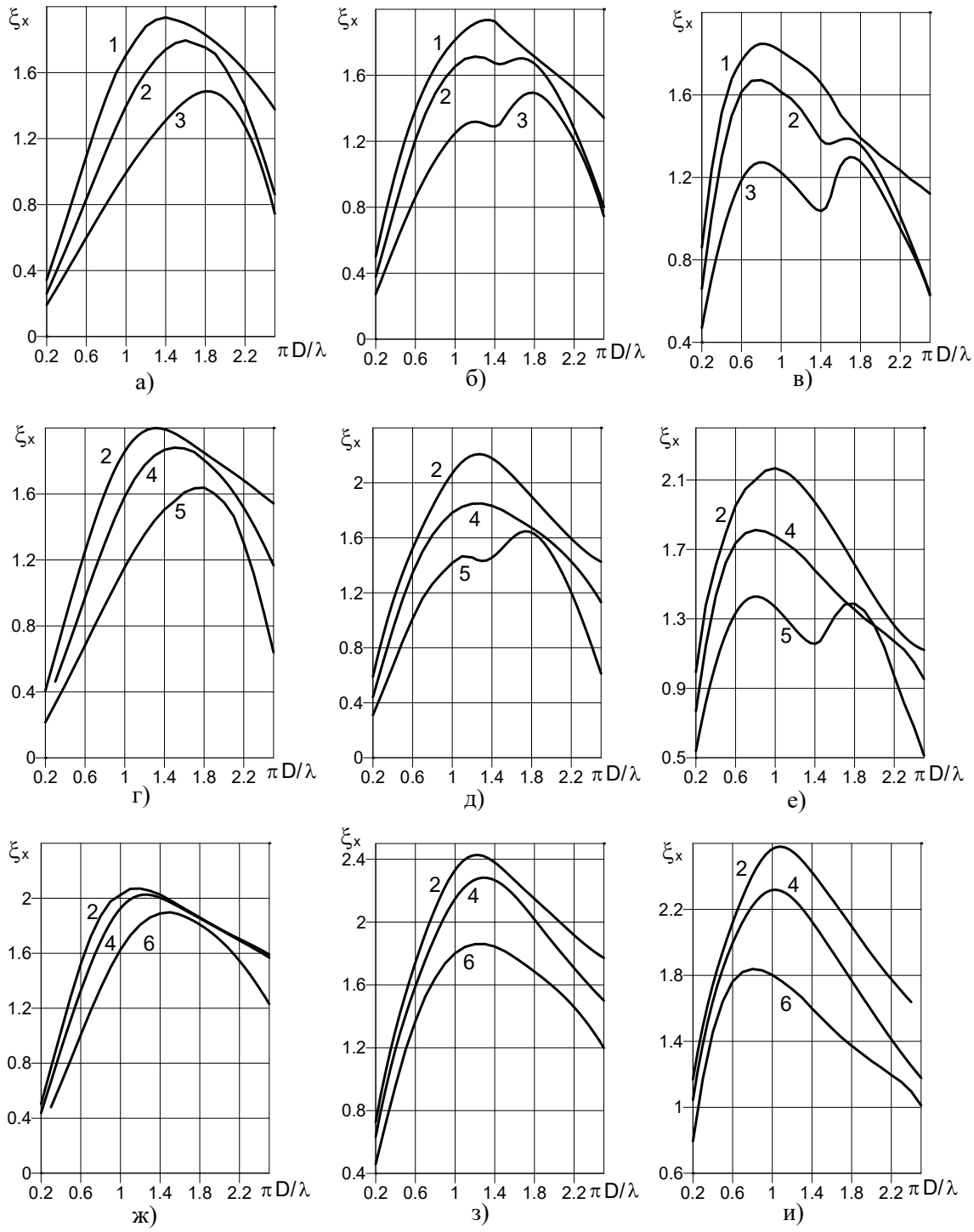

Рис. 5. Графіки значень коефіцієнта ξ_x максимального горизонтального навантаження на конічну перешкоду:
1 — $H_2/b = 0.3$, *2* — $H_2/b = 0.4$, *3* — $H_2/b = 0.5$, *4* — $H_2/b = 0.6$, *5* — $H_2/b = 0.8$, *6* — $H_2/b = 1$;
а, б, в — $\alpha = 30°$, *г, д, е* — $\alpha = 45°$, *ж, з, и* — $\alpha = 60°$;
а, г, ж — $\tilde{\lambda} = 0$, *б, д, з* — $\tilde{\lambda} = 0$, *в, е, и* — $\tilde{\lambda} = 0$

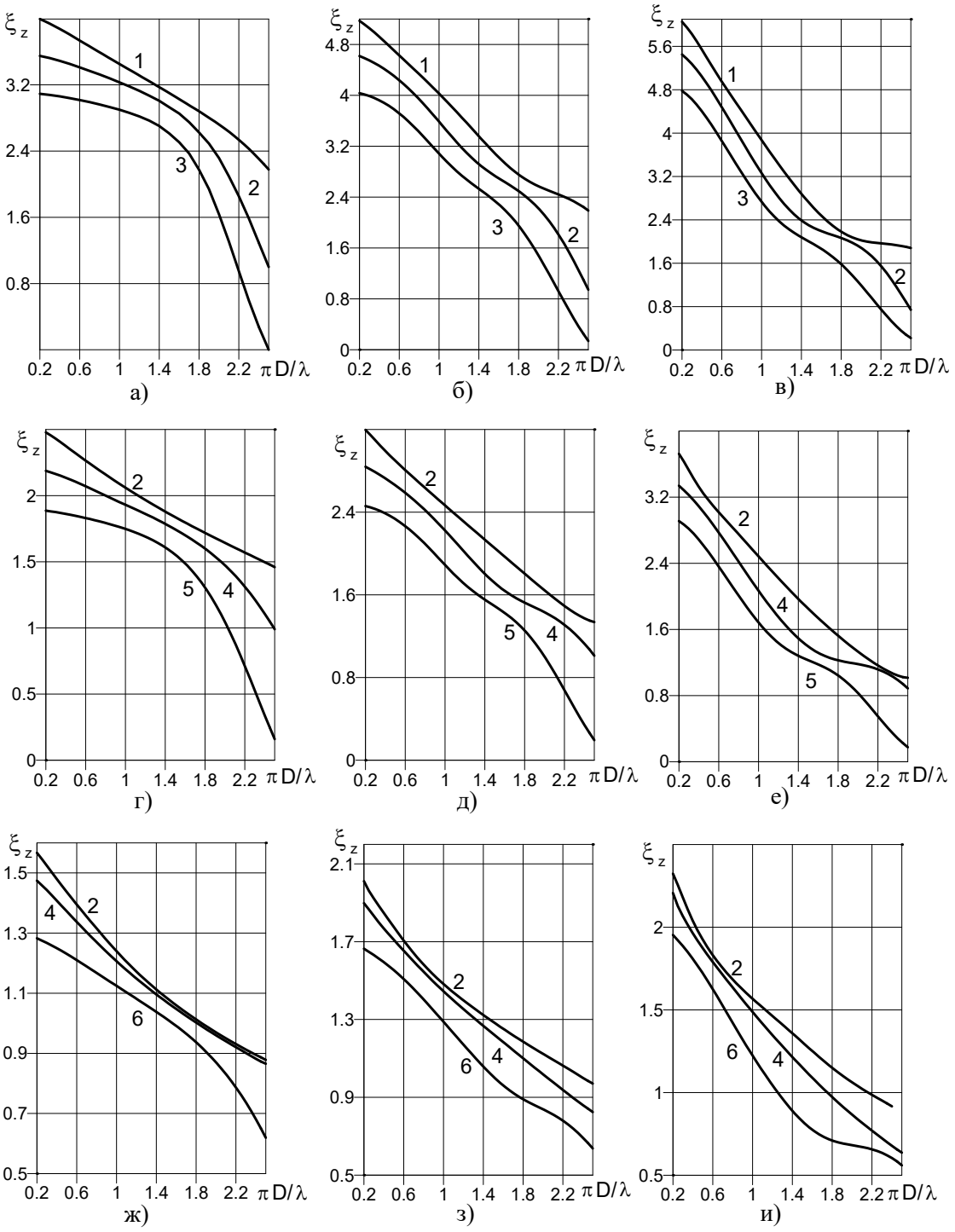

Рис. 6. Графіки значень коефіцієнта ξ_z максимального вертикального навантаження на конічну перешкоду:
1 — $H_2/b = 0.3$, *2* — $H_2/b = 0.4$, *3* — $H_2/b = 0.5$, *4* — $H_2/b = 0.6$, *5* — $H_2/b = 0.8$, *6* — $H_2/b = 1$;
а, б, в — $\alpha = 30°$, *г, д, е* — $\alpha = 45°$, *ж, з, и* — $\alpha = 60°$;
а, г, ж — $\tilde{\lambda} = 0$, *б, д, з* — $\tilde{\lambda} = 0$, *в, е, и* — $\tilde{\lambda} = 0$

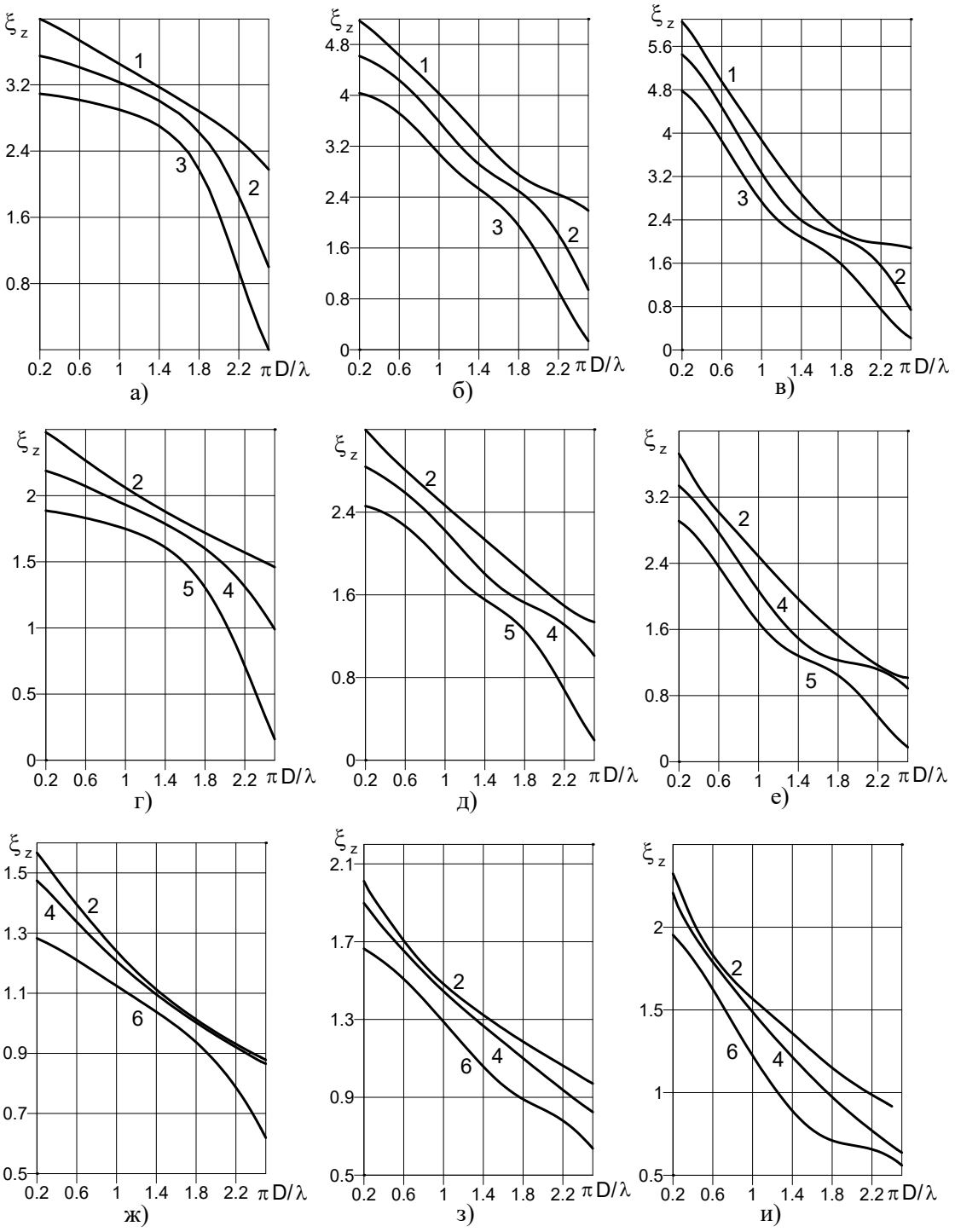

Рис. 7. Графіки значень коефіцієнта μ_{ys} максимального сумарного перекидаючого моменту від дії горизонтального і вертикального навантажень на конічну перешкоду:
1 — $H_2/b = 0.3$, *2* — $H_2/b = 0.4$, *3* — $H_2/b = 0.5$, *4* — $H_2/b = 0.6$, *5* — $H_2/b = 0.8$, *6* — $H_2/b = 1$;
а, б, в — $\alpha = 30°$, *г, д, е* — $\alpha = 45°$, *ж, з, и* — $\alpha = 60°$;
а, г, ж — $\tilde{\lambda} = 0$, *б, д, з* — $\tilde{\lambda} = 0$, *в, е, и* — $\tilde{\lambda} = 0$

лінійної взаємодії між хвилями, які набігають на перешкоду і відбиваються від неї, показано, що на відстанях порядку характерного розміру перешкоди нелінійною взаємодією набігаючих і відбитих хвиль можна знехтувати. Таким чином, задача дифракції кноїдальних хвиль на тілах обертання зводиться до послідовності задач дифракції гармонічних хвиль, на які розкладається кноїдальна хвиля, що набігає на перешкоду.

У рамках такого підходу проаналізовано вплив крутизни набігаючих хвиль на поведінку хвильових навантажень і перекидаючих моментів. Показано, що хвильові навантаження суттєво залежать від крутизни набігаючих хвиль, а сумарний перекидаючий момент залежить від співвідношення горизонтальних і вертикальних навантажень. Зокрема показано, що для досить коротких хвиль при куті нахилу твірної конуса 45° спостерігається зміна знаку дії перекидаючого моменту. Цей ефект обумовлено тим, що момент від горизонтального навантаження стає меншим за момент від вертикального навантаження. Як наслідок у цьому випадку максимальний сумарний перекидаючий момент направлений назустріч хвилі, що набігає.

REFERENCES

[1] Y.-H. Chen and K.-H. Wang, "Experiments and computations of solitary wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders," *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, vol. 5, no. 2, pp. 189–204, May 2019. DOI: https://doi.org/10.1007/s40722-019-00137-8

[2] G. K. Dutykh and Denys, "Long wave interaction with a partially immersed body. Part I Mathematical models," *Communications in Computational Physics*, vol. 27, no. 2, pp. 321–378, Jun. 2020. DOI: https://doi.org/10.4208/cicp.oa-2018-0294

[3] J. L. Sun, C. Z. Wang, G. X. Wu, and B. C. Khoo, "Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method," *Ocean Engineering*, vol. 108, pp. 202–215, Nov. 2015. DOI: https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.08.007

[4] S. Liu, X. Guo, Y. Yang, Y. Lu, and L. Chen, "Extreme wave loading on a vertical circular cylinder," *Applied Sciences*, vol. 13, no. 15, pp. 8784 (1–16), Jul. 2023. DOI: https://doi.org/10.3390/app13158784

[5] W. C. Moon, L. Q. Chiew, K. W. Cheong, Y. C. Tee, J. B. Chun, and T. L. Lau, "An experimental study for estimating tsunami wave forces acting on building with seaward and landward macroroughness," *Ocean Engineering*, vol. 186, pp. 106 116 (1–10), Aug. 2019. DOI: https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106116

[6] H. Raman and P. Venkatanarasaiah, "Forces due to nonlinear waves on vertical cylinders," *Journal of the Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division, ASCE*, vol. 102, no. WW3, pp. 301–316, 1976.

[7] M. Isaacson, "Nonlinear wave forces on large offshore structures," *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE*, vol. 103, pp. 166–170, 1977.

[8] M. Isaacson, "Nonlinear wave forces on large offshore structures," *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE*, vol. 104, pp. 69–79, 1978.

[9] J. L. Hammack, "A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 60, pp. 769–799, 1973. DOI: https://doi.org/10.1017/s0022112073000479

[10] E. N. Pelinovskii, *Nonlinear dynamics of tsunami waves*. Gorky: Institute of Applied Physics, Aacd. Sci. USSR Publications, 1982.

[11] M. Isaacson and S. Wu, "Shallow wave forces on offshore structures," in *Offshore Technology Conference*, ser. 84OTC. Houston, TX: Offshore Technology Conference, 1984, pp. 1–6. DOI: https://doi.org/10.4043/4810-ms

[12] S.-C. Jiang, Y. Gou, B. Teng, and D.-Z. Ning, "Analytical solution of a wave diffraction problem on a submerged cylinder," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 140, no. 1, pp. 225–232, Jan. 2014. DOI: https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000637

[13] H. Cao and D. Wan, "Numerical investigation of extreme wave effects on cylindrical offshore structures," in *Proceedings of the Twenty-Second (2012) International Offshore and Polar Engineering Conference*. Rhodes, Greece, 2012, pp. 804–811.

[14] P. Teigen, "Nonlinear wave loads on the shafts of a GBS," in *Proceedings of the Fourteenth (2004) International Offshore and Polar Engineering Conference*. Rhodes, Greece, 2004, pp. 277–283.

[15] V. V. Yakovlev, "Transformation of surface waves and their interaction with hydroengineering structures," phdthesis, Institute of Hydromechanics of AS of UkrSSR, Kyiv, 1987.

[16] V. V. Yakovlev, "Tsunami impact on vertical cylindric obstacles," in *Tsunami impact on the coast*. Gorky: Institute of Applied Physics, Aacd. Sci. USSR, 1985, pp. 148–170.

[17] J. D. Cole, *Perturbation methods in applied mathematics*. Waltham, MA: Blaisdell Publishing Company, 1972.

[18] G. B. Whitham, *Linear and nonlinear waves*. New York: Wiley-Interscience, 1974.

[19] I. T. Selezov, V. V. Yakovlev, and M. I. Zheleznyak, "Diffraction nonlinear-dispersive and turbulent effects on wave transformation in coastal area," in *Proceedings of the XX Congress of IARH*. Moscow: International Association for Hydraulic Research, 1983, pp. 82–87.

[20] V. V. Yakovlev, "Two-dimensional models of surface wave diffraction by complex-shaped obstacles," in *Abstracts of the VI All-Union Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, Tashkent, 1986, p. 665.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Chen Y.-H., Wang K.-H. Experiments and computations of solitary wave interaction with fixed, partially submerged, vertical cylinders // Journal of Ocean Engineering and Marine Energy. — 2019. — May. — Vol. 5, no. 2. — P. 189–204.

[2] Dutykh G. K., Denys. Long wave interaction with a partially immersed body. Part I Mathematical models // Communications in Computational Physics. — 2020. — June. — Vol. 27, no. 2. — P. 321–378.

[3] Fully nonlinear simulations of interactions between solitary waves and structures based on the finite element method / Sun J. L., Wang C. Z., Wu G. X., and Khoo B. C. // Ocean Engineering. — 2015. — Nov. — Vol. 108. — P. 202–215.

[4] Extreme wave loading on a vertical circular cylinder / Liu S., Guo X., Yang Y., Lu Y., and Chen L. // Applied Sciences. — 2023. — July. — Vol. 13, no. 15. — P. 8784 (1–16).

[5] An experimental study for estimating tsunami wave forces acting on building with seaward and landward macroroughness / Moon W. C., Chiew L. Q., Cheong K. W., Tee Y. C., Chun J. B., and Lau T. L. // Ocean Engineering. — 2019. — Aug. — Vol. 186. — P. 106116 (1–10).

[6] Raman H., Venkatanarasaiah P. Forces due to nonlinear waves on vertical cylinders // Journal of the Waterways, Harbours and Coastal Engineering Division, ASCE. — 1976. — Vol. 102, no. WW3. — P. 301–316.

[7] Isaacson M. Nonlinear wave forces on large offshore structures // Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE. — 1977. — Vol. 103. — P. 166–170.

[8] Isaacson M. Nonlinear wave forces on large offshore structures // Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE. — 1978. — Vol. 104. — P. 69–79.

[9] Hammack J. L. A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth // Journal of Fluid Mechanics. — 1973. — Vol. 60. — P. 769–799.

[10] Пелиновский Е. Н. Нелинейная динамика волн цунами. — Горький : Издательство ИПФ АН СССР, 1982. — 226 с.

[11] Isaacson M., Wu S. Shallow wave forces on offshore structures // Offshore Technology Conference. — Houston, TX : Offshore Technology Conference. — 1984. — 84OTC. — P. 1–6.

[12] Analytical solution of a wave diffraction problem on a submerged cylinder / Jiang S.-C., Gou Y., Teng B., and Ning D.-Z. // Journal of Engineering Mechanics. — 2014. — Jan. — Vol. 140, no. 1. — P. 225–232.

[13] Cao H., Wan D. Numerical investigation of extreme wave effects on cylindrical offshore structures // Proceedings of the Twenty-Second (2012) International Offshore and Polar Engineering Conference. — Rhodes, Greece. — 2012. — P. 804–811.

[14] Teigen P. Nonlinear wave loads on the shafts of a GBS // Proceedings of the Fourteenth (2004) International Offshore and Polar Engineering Conference. — Rhodes, Greece. — 2004. — P. 277–283.

[15] Яковлев В. В. Трансформация поверхностных волн и их взаимодействие с гидротехническими сооружениями : дис. ... канд. наук ; Институт гидромеханики АН УССР. — Киев, 1987. — 365 с.

[16] Яковлев В. В. Воздействие цунами на вертикальные цилиндрические преграды // Набегание цунами на берег. — Горький : ИПФ АН СССР, 1985. — С. 148–170.

[17] Коул Д. Методы возмущений в прикладной математике. — Москва : Мир, 1972. — 274 с.

[18] Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. — Москва : Мир, 1977. — 624 с.

[19] Selezov I. T., Yakovlev V. V., Zheleznyak M. I. Diffraction nonlinear-dispersive and turbulent effects on wave transformation in coastal area // Proceedings of the XX Congress of IARH. — Moscow : International Association for Hydraulic Research. — 1983. — P. 82–87.

[20] Яковлев В. В. Двумерные модели дифракции поверхностных волн на препятствиях сложной формы // Тезисы VI Всесоюзного съезда по теоретическрй и прикладной механике. — Ташкент. — 1986. — С. 665.

V. V. Yakovlev, V. O. Tkachenko, V. V. Bondar, T. B. Honcharenko

Wave load on the elements of offshore structures in the shallow water zone. Part 1

We analyze the applicability of the theory of long nonlinear waves to the problem of determining wave loads on elements of offshore structures in the coastal zone of the sea. It is shown that for calculating wave loads in the shallow sea zone, applying the theory of cnoidal waves is necessary, which gives the best agreement with experimental data compared to linear theory and other approaches. Basing on a three-dimensional model of wave diffraction on an obstacle, which has the shape of a body of rotation around a vertical axis, it is shown that the principle of harmonic superposition can be applied in determining wave loads. The nonlinear interaction between waves impinging on an obstacle and reflected from it is estimated. Its nonlinearity is shown negligible at distances of the order of the characteristic size of the obstacle. Therefore, the problem of diffraction of the cnoidal waves on bodies of rotation can be reduced to a sequence of the problems of diffraction of harmonic waves obtained by proper decomposing the cnoidal wave impinging on an obstacle. Within the proposed approach, wave loads on a vertical circular cone obstacle were assessed for various values of the parameter characterizing the wave steepness. The effect of the steepness of the oncoming waves on the behavior of wave loads and overturning moments is analyzed. For fairly short waves and the cone with a 45°-inclined generatrix, the change of the sign of the overturning moment is observed. This occurs in the cases when the maximum total overturning moment is directed towards the oncoming wave. The obtained results may be useful

for the design and calculation of the buffer marine oil storage with the submersible tanks installed on coastal shelves and exposed to the active influence of wind waves.

KEY WORDS: long nonlinear waves, wave loads, overturning moment, cnoidal waves