

УДК 532.5

ОСОБЛИВОСТІ ВИХРОВОГО РУХУ У СПРЯЖЕНІЙ ТЕЧІЇ МІЖ ГРУПОЮ ПАЛЬ ТРИРЯДНОЇ МОСТОВОЇ ОПОРИ

А. В. ВОСКОВІЙНИК, В. А. ВОСКОВІЙНИК, О. А. ВОСКОВОЙНИК,
В. О. ГОРБАНЬ, І. М. ГОРБАНЬ

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 13.01.2009

Представлені результати чисельних і експериментальних досліджень по вивченню кінематики і динаміки підковоподібних вихрових систем, які обумовлені взаємодією потоку, що набігає на трирядний пальний ростверк, який встановлено на плоску жорстку поверхню. Розроблено алгоритми розрахунків, програмне забезпечення і створено вимірювальний комплекс, систему обробки і аналізу даних. Результати розрахунків, візуальних і інструментальних вимірювань показали, що між паями трирядного ростверку виникають бічні течії, інтенсивність яких є найбільшою між першими і другими і між передостанніми і останніми бічними паями. Взаємодія підковоподібних вихрових систем, які формуються навколо палі і конструкції ростверку в цілому, і слідових вихорів, що генеруються позаду цих погано обтічних тіл, викликає біфуркації у вихровому потоці і появу симетричних і асиметричних вихрових структур, які конвектують вниз за потоком у зазорах між паями. Визначено осереднені та пульсаційні швидкості поблизу обтічних пальних конструкцій, масштаби і місцезонавання формування і розвитку когерентних вихрових структур і їхні кінематичні і динамічні характеристики. Встановлено, що великомасштабна когерентна підковоподібна вихрова система, що формується поблизу другої бічної палі трирядного ростверку, має більший розмір і частоту обертання, ніж квазістійка підковоподібна вихрова система, що існує перед першою центральною палею. Вона має еквівалентний діаметр приблизно $0.5d$, частоту обертання 1.5 Гц або $St=0.41$ і колову швидкість близьку до $0.7U_\infty$, а підковоподібний вихор перед першою центральною палею має діаметр $0.3d$, частоту обертання близьку до 1 Гц або $St=0.27$ і колову швидкість майже $0.56U_\infty$.

Представлены результаты численных и экспериментальных исследований по изучению кинематики и динамики подковообразных вихревых систем, которые обусловлены взаимодействием набегающего потока с трехрядным свайным ростверком, установленным на плоскую жесткую поверхность. Разработаны алгоритмы расчетов, программное обеспечение и создан измерительный комплекс, система обработки и анализа данных. Результаты расчетов, визуальных и инструментальных измерений показали, что между сваями трехрядного ростверка возникают боковые течения, интенсивность которых наибольшая между первыми и вторыми и между предпоследними и последними боковыми сваями. Взаимодействие подковообразных вихревых систем, которые формируются вокруг свай и конструкции ростверка в целом, и следовых вихрей, генерируемых позади этих плохо обтекаемых тел, вызывает бифуркации в вихревом потоке и появление симметричных и асимметричных вихревых структур, которые конвектируют вниз по потоку в зазорах между сваями. Определены осредненные и пульсационные скорости вблизи обтекаемых свайных конструкций, масштабы и местоположение формирования и развития когерентных вихревых структур и их кинематические и динамические характеристики. Установлено, что крупномасштабная когерентная подковообразная вихревая система, формируемая вблизи второй боковой сваи трехрядного ростверка, имеет больший размер и частоту вращения, чем квазистойчивая подковообразная вихревая система, существующая перед первой центральной сваем. Она имеет эквивалентный диаметр приблизительно $0.5d$, частоту вращения 1.5 Гц или $St=0.41$ и окружную скорость близкую к $0.7U_\infty$, а подковообразный вихрь перед первой центральной сваем имеет диаметр $0.3d$, частоту вращения близкую к 1 Гц или $St=0.27$ и окружную скорость почти $0.56U_\infty$.

In this paper, the results of numeral and experimental researches dealing with the kinematics and dynamics of the horseshoe vortical systems, which are conditioned by interaction of stream with a three-row pile grillage established on a flat rigid surface are presented. The calculation algorithms and software were developed and the measuring complex, system of processing and the analysis of data were created. Numerical, visual and instrumental results shown that there are lateral flows between the piles of three-row grillage, whose intensity is largest between the first and the second piles and between the next to last and the last lateral piles. Interaction between the horseshoe vortical systems, which are formed around the piles and grillage construction, and the wake vortices generated behind these bluff bodies causes bifurcation in the vortical flow and appearance of the symmetric and asymmetric vortical structures that are convected downstream in the gaps between piles. Both the mean and fluctuation velocities around the streamlined pile constructions, the scales and position of forming and development of the coherent vortical structures and their kinematics and dynamic characteristics are estimated. It is set that the large-scale coherent horseshoe vortical system formed near-by the second lateral pile of three-row grillage has a greater size and rotation frequency than the quasistable horseshoe vortical system, which exists before the first central pile. Its equivalent diameter is approximately $0.5d$, the rotation frequency is 1.5 Hz or $St=0.41$ and the peripheral velocity is equal approximately to $0.7U_\infty$, and the horseshoe vortex formed before the first central pile has diameter $0.3d$, the rotation frequency 1 Hz or $St=0.27$ and its peripheral velocity is almost $0.56U_\infty$.

ВСТУП

У мостобудівній практиці та при проектуванні і експлуатації гідротехнічних та морських споруд широко використовуються конструкції опор, які складаються із груп чи ансамблів палей, що обтікаються потоком рідини або на які діє хвильовий

рух. Внаслідок фізичних або економічних причин мостові та прибережні комплексні конструкції часто проектуються у вигляді опорної колони, що знаходиться на підмурку, який спирається на групу палей, занурених у дно русла річки або морське дно. Для таких опор підмурок пальної конструкції у вигляді ростверку розташовується вище або на рівні дна водойми. Інтенсивний розмив ґрунту

навколо таких комплексних опор може зменшити стійкість конструкцій, а в деяких випадках може спричинити порушення самих споруд. Як підтверджують теоретичні та експериментальні дослідження [1–5], розмив поблизу групи паль незалежно від їх форми та розміру обумовлений двома механізмами, а саме: локальним розмивом, який притаманний кожній палі ансамблю, та глобальним розмивом, що виникає на розмивному дні навколо всієї площі групової опори.

Відомо [6–9], що основний механізм, який керує генерацією і розвитком отвору розмиву, включає течію, яка направлена до дна, вздовж передньої або фронтальної частини обтічної опори, разом з формуванням підковоподібної вихрової системи в підмурку опори та слідовими вертикальними вихорами, які відриваються від обтічної поверхні. Підковоподібний вихор обумовлений відривом примежового шару через від'ємний градієнт тиску, що генерує обтічна опора в області спряження з пласкою поверхнею. Взаємодія примежового шару з поверхнею обтічного тіла примушує турбулентність перебудуватися поблизу передньої частини опори у її підмурку у ряд намістоподібних вихрових структур, які огинають опору. Ці вихрові структури витягуються навколо опори при своєму переміщенні через бічні градієнти тиску. У випадку, коли опора має форму кругового циліндра, ніжки вихорів розташовуються приблизно паралельно напрямку потоку, що натікає. Розташування, масштаб та інтенсивність турбулентних підковоподібних вихорів значним чином змінюється з часом [8, 10]. Додатково спостерігається різке збільшення турбулентної кінетичної енергії, рівнів пульсацій тиску та швидкості, а також придонних зсувних напруг всередині і поблизу підковоподібної вихрової області [11]. Для умов плоского дна це суттєве підвищення турбулентних характеристик течії приводить до появи бімодальних аперіодичних хаотичних осциляцій всередині підковоподібної вихрової області [10]. Це явище, яке характеризується хаотичним перемиканням течії в області підковоподібного вихору між двома модами, вперше спостерігалось у роботі [12]. Первинний намістоподібний вихор починав випадково коливатися між двома модами. В одній моді вихор знаходився далеко від поверхні спряженого циліндра через дію інтенсивного пристінного струменя, а в другій моді основний вихор розташовувався поблизу циліндра, тому що пристінний струмінь був слабкий і відривався від плоскої поверхні трошки раніше. Перемикання спостерігалось при значно менших частотах порівняно з частотами колювань вихорів (власні частоти) всередині підковоподібної

вихрової системи [11].

В багатьох роботах значну увагу було приділено дослідженню розмиву навколо ансамблів опор. В роботах [3, 13, 14] вивчалися тандем двох опор, дві опори, які розташовані як поперек потоку, так і уступом, три опори у тандемі, чотири опори у квадратному і шість опор у прямокутному комплексі, які обтікалися стійким потоком. У роботі [15] вивчено розмив поблизу групи паль для різних умов, які включають розділення, кут розташування відносно напрямку потоку. У роботі [1] наведено результати експериментальних досліджень розмиву ґрунту навколо групи опор, які мають різні місцеположення у полі течії.

Течія навколо системи кубів чисельно аналізувалася в роботах [16–18] за допомогою рішення нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса та моделей великих та від'єднаних вихорів. В експериментах [19], де вивчалися потоки навколо двох кубів, було знайдено, що для діапазону чисел Рейнольдса від 3000 до 40000 течія навколо кубів є малочутливою до зміни числа Рейнольдса. В цій роботі при проведенні експериментів для широкого діапазону відстаней між кубами було визначено, що в залежності від ширини зазору між кубами спостерігається три характерні картини течії. Для малих відстаней відрив зсувного шару від першого по потоку куба приєднується на сторонах другої перешкоди і періодичний схід вихорів реєструється тільки у сліді нижнього за потоком куба. Таким чином, два куби діють, як одне поганообтічне тіло. Вище критичного розділення у роботі [19] спостерігали пульсації у зазорі між кубами та явище слідової синхронізації для тривимірної тандемної геометрії і обговорили деталі характерних особливостей поля осереднених швидкостей в діапазоні синхронізації та механізм сходу сліду на різних фазах циклу сходу. На великих розділеннях з'являється другий підковоподібний вихор на фронтальній стороні другого куба [20].

Таким чином, при тандемному розташуванні обтічних тіл вихрова течія ускладнюється через наявність взаємодії цих тіл один з одним. Так, при незначних відстанях між тілами на формування сліду першого за потоком тіла впливають поля швидкостей, завихореностей та тиску, які утворюються перед кормовим обтічним тілом. Кормове тіло знаходиться у сліді верхнього за потоком тіла і взаємодіє із нестійкою вихровою течією, якій притаманні примежові і зсувні шари та вихрові системи, які було зформовано як поблизу першого, так і другого обтічного тіла [21, 22].

Теоретичні та експериментальні дослідження [23 – 26] виявили істотну залежність структури по-

току, що обтікає тандемну конструкцію, від відстані між тілами та числа Рейнольдса. Результати досліджень показують, що незалежно від числа Рейнольдса існує декілька режимів обтікання тандему циліндрів. При цьому одну із основних ролей, яка впливає на режим обтікання, відіграє структура і особливості течії в області між циліндрами. При малій ширині зазору в цій області генеруються два симетричних великомасштабних вихори. Вихрова пара залишається стабільною незалежно від збурень, які генеруються на першому обтічному циліндрі. Коли відстань між циліндрами збільшується, то картина течії змінюється. Великомасштабна вихрова пара втрачає свою стійкість, і вихори по чергово починають викидатися у слід кормового циліндру. Окрім того, існує такий діапазон відстаней між циліндрами, коли реалізуються обидва режими течії, причому, перехід між ними відбувається випадково протягом короткого проміжку часу [26, 27]. Такий біфуркаційний режим обтікання не знайшов належного пояснення, і механізм його дії ще потребує вивчення як в теоретичному, так і експериментальному планах.

Результати [26, 27] показують, що в залежності від відстані між тілами в тандемі двох циліндрів, принаймні для ламінарного режиму обтікання, можливі три режими течії, а саме: симетрична, біфуркаційна та асиметрична. Розрахунки, які проведено в роботі [28] для числа Рейнольдса, що не перевищує 250, розрахованого по діаметру циліндра та швидкості потоку, показують, що симетричний режим обтікання тандему спостерігається для відстані між циліндрами, яка не перевищує їх двох діаметрів. Коли відстань між обтічними циліндрами в тандемній конструкції знаходиться між двома і чотирма діаметрами, то течія набуває біфуркаційного характеру. При відстанях більших, ніж чотири діаметри циліндру, течія є асиметричною. В роботі [28] показано, що дія зовнішніх збурень, які діють на течію в симетричному режимі, обмежується її тимчасовою дестабілізацією, після чого вона повертається до звичайного вигляду. Для біфуркаційного режиму, коли течія має симетричний вигляд, поява зовнішніх збурень перед тандемом циліндрів призводить до появи нестійкості, яка стає незворотною, і течія набуває асиметричного характеру. Коли збурення в потік вносяться позаду тандемної конструкції, то нестійкості течії не спостерігається, і симетричність не порушується.

Враховуючи складність та нестійкість вихрової течії, що виникає поблизу і всередині трирядної мостової опори у вигляді ростверку, та важливість її дії на утворення значних розмивів ґрунту, у да-

ній роботі поставлено за мету чисельно та експериментально дослідити особливості такої течії, та оцінити її вплив на поле швидкостей і зсувні напруги на нерозмивному плоскому дні, яке спрягається з моделлю трирядного пального ростверку. Крім того, за допомогою чисельного та фізичного моделювання пропонується визначити джерела формування та виникнення когерентних вихрових структур та бічних течій поблизу спряженої конструкції і дослідити їх еволюцію та взаємодію.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ, МЕТОДИКА І ЗАСОБИ ЧИСЕЛЬНОГО ТА ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

В роботі проведено пряме чисельне моделювання течії в'язкої нестисливої рідини в системі з десяти циліндрів із закругленими гострими кромками, які розташовані у шаховому порядку. Оскільки мета дослідження полягає в тому, щоб проаналізувати великомасштабні характеристики потоку, такий вибір елемента конструкції є співмірним для описання течії в системі циліндричних мостових опор. Характерними параметрами задачі є діаметр циліндра d і швидкість течії на нескінченності U_∞ . Відповідно число Рейнольдса вводиться як $Re_d = dU_\infty/\nu$, де ν – кінематична в'язкість, безрозмірний час $\bar{t} = tU_\infty/d$. Іншими важливими параметрами задачі, від яких залежить структура течії в системі, є ширина зазору між рядами циліндрів по горизонталі $\bar{L} = L/d$ і по вертикалі $\bar{H} = H/d$ (надалі риси, що позначають безрозмірні величини, будемо пропускати).

Для інтегрування рівнянь Нав'є-Стокса, що описують течію, використано узагальнений вихровий метод, розроблений на основі відомих чисельних алгоритмів [29]. Детальний опис цього методу і оцінка його точності на прикладі розв'язання задачі про обтікання квадратної призми в необмеженому потоці представлені в роботі [30]. Головні особливості цієї чисельної схеми полягають в тому, що:

- рівняння Нав'є-Стокса розв'язуються в змінних "швидкість-завихреність";
- на кожному кроці по часові задача розщеплюється на дві складові – конвективну і дифузійну, які розв'язуються послідовно; конвективний перенос завихреності моделюється рухом точкових вихорів, а рівняння в'язкої дифузії завихреності розв'язується в змінних Ейлера на ортогональній сітці, яка накладається на поле течії;
- границі тіла моделюються вихровим шаром; його інтенсивність визначається із граничних син-

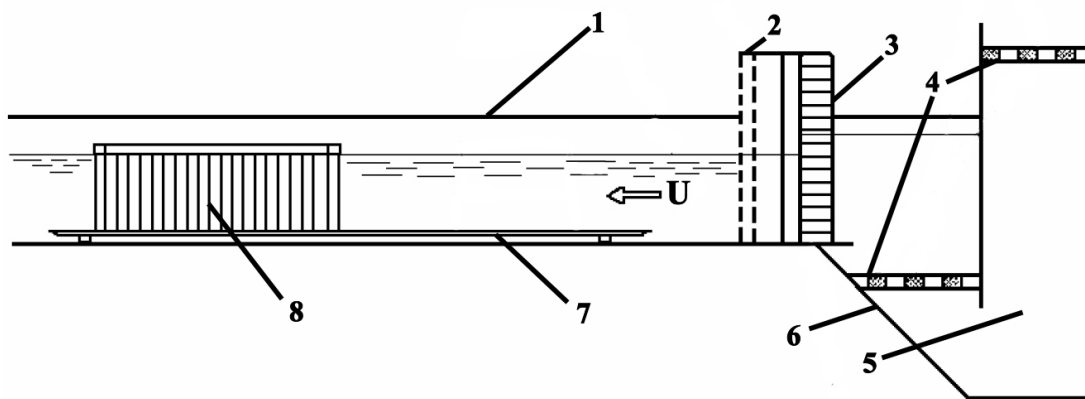


Рис. 1. Схема експериментальної установки:
1 – гідродинамічний лоток; 2 – сітки; 3 – хонейкомб; 4 – решітки; 5 – відстійна камера; 6 – конфузори;
7 – плоска жорстка пластина; 8 – модель трирядного пального ростверку

гулярних інтегральних рівнянь, які впливають із умов непротікання і збереження циркуляції по замкненому контуру та розв'язуються методом дискретних вихорів;

- генерація завихреності визначається з умови прилипання на поверхні тіла і умови Кутта-Жуковського в гострих кромках;

- для розрахунку поля швидкості в області течії використовується формула Біо-Савара.

Чисельна схема для розрахунку течії навколо системи тіл має особливості, пов'язані з багатов'язністю області, що розглядається. Виконання теореми про збереження циркуляції по замкненому контуру потребує оцінки сумарної завихреності, яка генерується в потоці кожним тілом окремо. Розроблену авторами відповідну методику розрахунку описано в роботі [28].

Зауважимо, що вихрові методи розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса не потребують точного виконання залежності $\Delta h \approx 1/Re_d$, де розмір елементу сітки Δh [29]. В роботі [30] нами були проведені розрахунки структури сліду, чисел Струхала і гідродинамічних навантажень, що стосуються обтікання окремої квадратної призми. Показано, що в діапазоні чисел Рейнольдса (70...1000) результати, одержані на рівномірній сітці з розміром елементу $\Delta x = \Delta y = 0.02$, добре корелюють з даними експериментальних досліджень. Враховуючи, що розміри елементів сітки пов'язані із кількістю приєднаних вихорів, які моделюють тіло, задача розрахунку течії в системі з десяти циліндрів стає досить трудомісткою. Тому розрахунки проводились на трьохрівневій сітці, перший рівень якої включав внутрішність структури, що розглядається, і мав елементи розміром $\Delta x = \Delta y = 0.025$. Це відповідає кількості вихорів $N=100$ на кожно-

му циліндрі. На наступних рівнях розміри елементів сітки подвоювалися. Величина кроку по часові складала $\Delta t = 0.015$.

На початковій стадії розрахунків течія є симетричною відносно лінії $y = 0$. Щоб досягнути швидкого переходу до несиметричної моделі з утворенням доріжки вихорів Кармана, в потік вводилось початкове збурення у вигляді пари вихорів протилежної циркуляції і з несиметричним розташуванням. Розрахунки показують, що ці вихори швидко дифундують, і після $t > 10$ не впливають на результати моделювання.

Експериментальні дослідження проводились у гідродинамічному лотку довжиною 14 м, шириною 0.8 м та глибиною до 0.8 м з вільною поверхнею води. Вода в гідродинамічний лоток подавалась за допомогою насосів через відстійну камеру, конфузори, хонейкомби та решітки, що спрямляють і турбулізують потік (рис. 1). На дні вимірювальної ділянки, що розташовувалася посередині лотка, було встановлено модель трирядного пального ростверку, яку було змонтовано по осі плоскої пластини довжиною 2 м. Пластина було піднято на 0.01 м від дна лотка для того, щоб на дослідну модель не діяв примежовий шар, який було утворено над поверхнею дна гідродинамічного лотка (див. рис. 2). Довжина ростверку була майже 0.6 м, ширина – 0.1 м, а висота – 0.2 м. Він складався із 31 циліндричної палі діаметром $d = 0.027$ м, які розташовувались у три ряди в шаховому порядку (рис. 3). Глибина потоку в досліді була сталою і дорівнювала 0.2 м, а його швидкість (U_∞) змінювалась від 0.06 до 0.4 м/с, для яких числа Рейнольдса та Фруда складали $Re_x = xU_\infty/\nu = (60000 : 400000)$, $Re_d = dU_\infty/\nu = (1620 : 10800)$ і $Fr = U_\infty/\sqrt{gH} = (0.04 : 0.29)$ відповідно, де x –

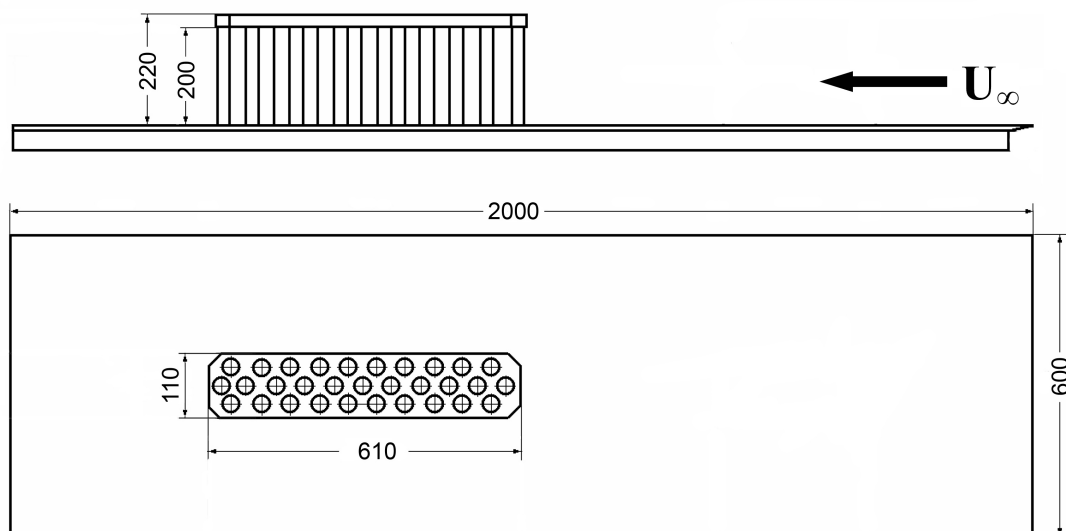


Рис. 2. Схема розташування моделі трирядного ростверку на плоскій жорсткій поверхні

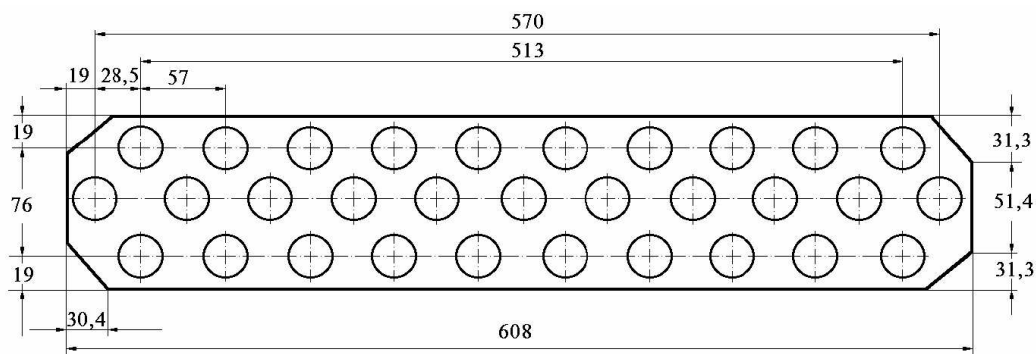


Рис. 3. Ескіз пальної конструкції трирядного ростверку

поздовжня відстань у напрямку потоку від початку плоскої пластини до першої центральної палі ростверку; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості води; g – прискорення вільного падіння; H – глибина потоку.

Згідно з розробленою програмою та методикою дослідів [31, 32], оцінка просторових і часових характеристик вихрового руху поблизу трирядного ростверку і ступеня його взаємодії з поверхнею, що обтікається, проводились під час візуальних досліджень. В місцях, де спостерігаються характерні ознаки когерентних вихрових структур у вигляді підковоподібних вихорів, бічних течій та слідових вихрових структур, проводились інструментальні вимірювання полів швидкості. Кінематичні характеристики спряженої течії вимірювалися

за допомогою спеціально розроблених і виготовлених мініатюрних термісторних датчиків швидкості та п'єзорезистивних датчиків швидкісного натиску. Термісторні датчики швидкості (діаметр чутливої поверхні 0.0008 м) монтувались за допомогою спеціальних державок у кореляційний блок (з фіксованою відстанню між двома датчиками). Розташування пари термісторних датчиків поблизу досліджуваної моделі мостової опори показано на рис. 4. Контроль швидкості потоку здійснювався за допомогою манометричного датчика типу трубки Піто подвійного натиску, де як чутливий елемент виступав п'єзорезистивний датчик тиску. Електричні сигнали, які вироблялися датчиками, поступали на підсилюючу та контрольно-вимірювальну апаратуру, а потім на засоби реє-

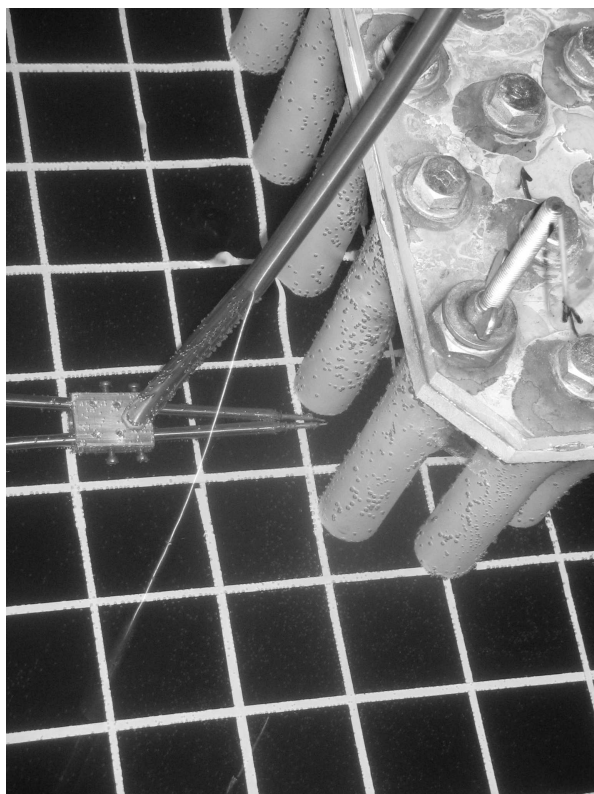


Рис. 4. Розташування пари термісторних датчиків швидкості у зазорі між першою та другою бічними пальями ростверку

страції інформації та персональні комп'ютери через відповідні аналогово-цифрові перетворювачі. На персональних комп'ютерах та на спеціалізованих двоканальних аналізаторах спектрів фірми Брюль і К'єр експериментальні дані оброблялися та аналізувалися за допомогою стандартних та спеціально розроблених програм із використанням теорії ймовірності та математичної статистики.

Засоби вимірювання, контролю та реєстрації інформації перед застосуванням, під час проведення дослідів і після їх виконання тестувалися та калібрувалися згідно з паспортними даними і методикою проведення дослідів. Датчики атестувалися і повірялися за допомогою абсолютних та відносних методів на спеціальних стендах і відповідному устаткуванні. Похибка вимірювань інтегральних і осереднених значень швидкості не перевищувала 4% (при достовірності 0.95 або 2σ), пульсаційних її складових – до 6%. Кореляційні характеристики отримано з похибкою до 8%, а спектральні залежності – до 2 дБ у частотному діапазоні від 0.2 до 1000 Гц.

2. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ТА ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ВИХРОВОГО РУХУ

Як вище було вказано, взаємодія групи погано обтічних об'єктів призводить до появи вихрової течії між ними, яка значним чином відрізняється від течії, притаманної обтіканню окремих складових цієї групи. Загромадження потоку груповою пальною конструкцією обумовлює появу бічних вихрових течій між пальями. Взаємодія підкоподібних вихрових систем і слідових вихорів спричиняє до утворення біфуркацій у вихровому потоці і генерації симетричних і асиметричних вихрових структур, що конвектують у зазорах між окремими пальями. Окрім того, виникають великомасштабні вихори, які обтікають групову конструкцію, як єдину споруду, і взаємодіють з бічними потоками і окремими вихровими системами, що утворюються при обтіканні окремих паль ансамблю [31, 33, 34].

Розрахунки показують, що особливості конструкції трирядного пального ростверку приводять до появи бічних течій між першою і другою, а також передостанньою і останньою бічними пальями. Це обумовлено присутністю підвищеного опору та тиску всередині самої пальної конструкції через загромадження нею обтічного потоку. Основою бічної придонної течії є вихрові структури, які утворилися при обтіканні окремих пальних елементів, а саме підковоподібні вихрові системи та слідові вихори. Швидкість бічної течії між указаними пальями значно перевищує швидкість спряженої течії як навколо всієї групи паль в цілому, так і між окремими пальями, що складають конструкцію ростверку, що показано на рис. 5 для $Re_d = 1000$; $L = 1$; $H = 0.5$; $t = 50$. Поле швидкостей вихрових структур і бічних течій в пристінному шарі обтічної поверхні, на яку встановлено трирядний ростверк, обумовлює появу зсувних напруг на спряженій поверхні, які корелюють з розподіленням швидкостей. Для дослідної моделі трирядного ростверку найбільші зсувні напруги на обтічній поверхні розраховано під областями формування підкоподібних вихорів, а також там, де виникають бічні течії. Всередині пальної конструкції зсувні напруги значно менші і утворення вихорів тут також незначне, що відповідає даним рис. 5.

Візуальні дослідження з нанесенням водорозчинних контрастних речовин на обтічну плоску поверхню, на яку встановлено модель трирядного ростверку, наочно показує розподілення зсувних напруг. На рис. 6 наведено фотографію розташу-

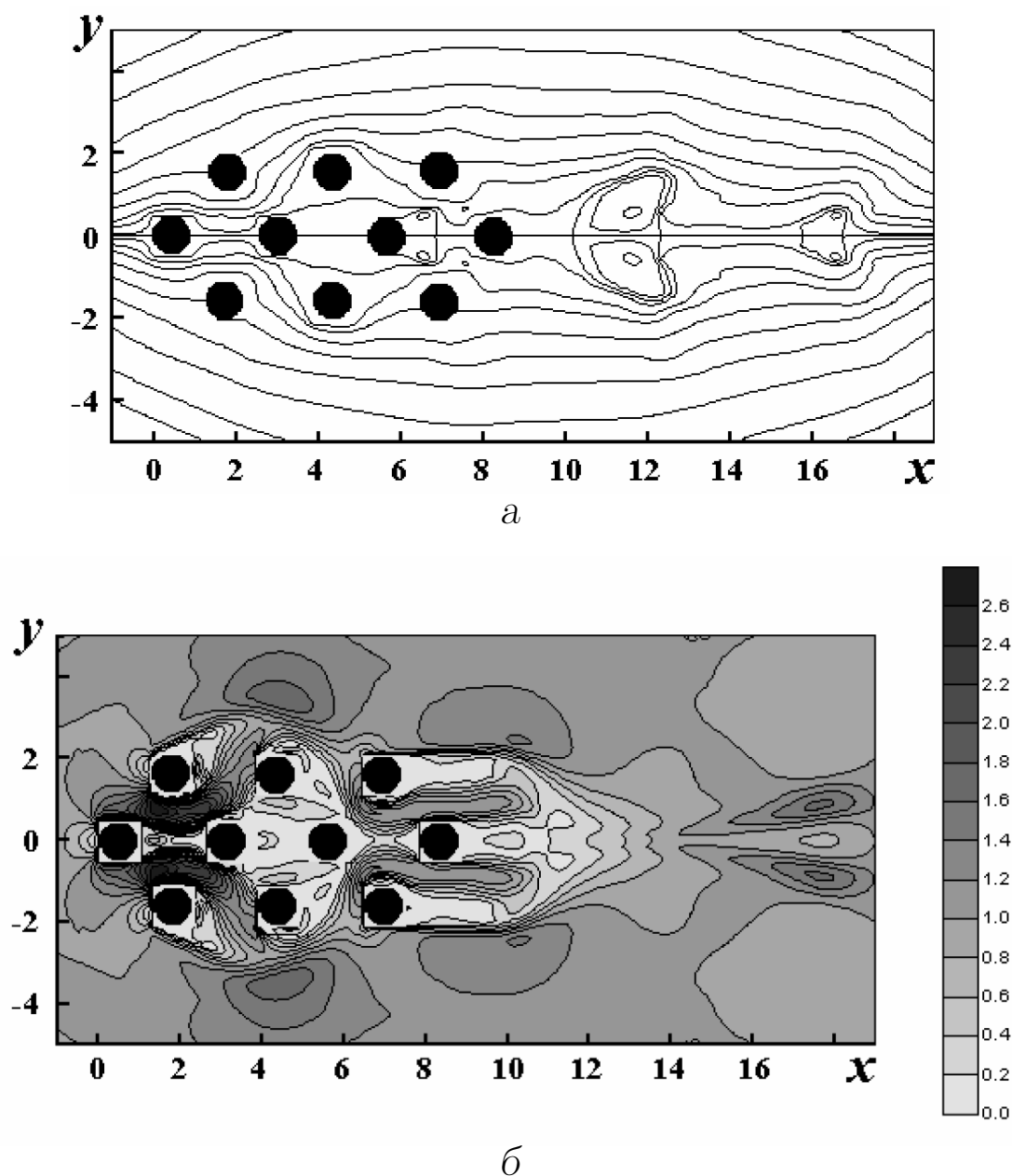


Рис. 5. Лінії течії (а) та поле швидкості (б) при обтіканні системи циліндрів ($Re_d = 1000$; $L = 1$; $H = 0.5$; $t = 50$)

вання контрастної речовини на поверхні пластики з трирядним ростверком, при її обтіканні потоком води зі швидкістю 0.1 м/с. Перед кожною із обтічних паль контрастне покриття змито водою. Над цими місцями в спряженій течії генеруються інтенсивні вихрові структури (підковоподібні та слідові вихори), а також бічні течії, що обумовлені особливостями дослідної групової пальної конструкції. Більше всього контрастна речовина вимита водою між першою та другою і перед-

останньою та останньою бічними пальями, де існують згідно з наведеними розрахунками бічні течії, а також перед передньою групою паль, де формуються інтенсивні підковоподібні вихрові системи внаслідок взаємодії потоку, що натікає, і конструкцією трирядного пального ростверку, яка має вигляд поганообтічного об'єкту. Наявність інтенсивних зсувних напруг у відмічених місцях обтічної поверхні, де змонтовано групову пальну споруду, призводить до виникнення значних розмивів ґрун-

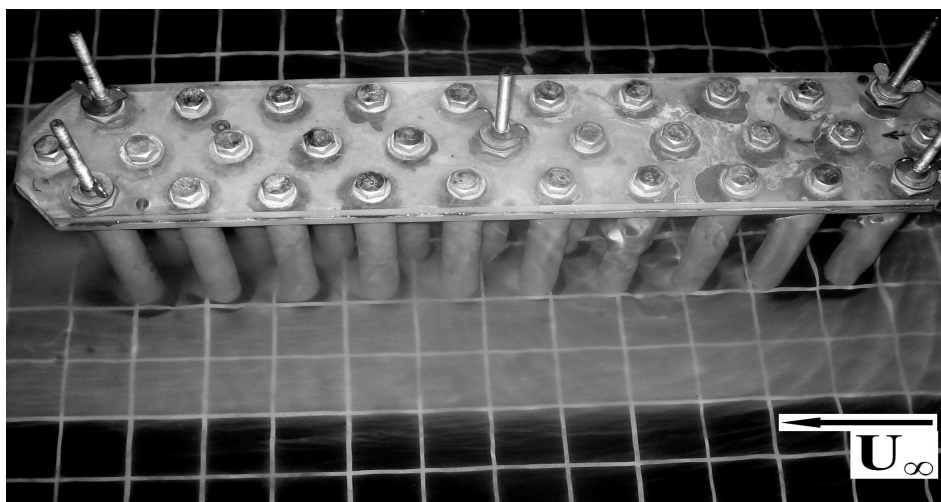


Рис. 6. Картина розмиву контрастної речовини всередині і навколо трирядної пальної конструкції

ту, що було чисельно та експериментально встановлено [1, 3, 5, 35]. При цьому розмив ґрунту мав локальне і глобальне походження, що обумовлено особливостями спряженої течії поблизу трирядного пального ростверку.

Як показано в роботі [31], за передньою центральною палею трирядного ростверку зароджується симетрична доріжка вихорів, яку складають торнадоподібні вертикальні вихрові системи, які є слідовими вихорами. За боковими палями, особливо там, де з'являються інтенсивні бічні течії (перша та передостання), симетричність протилежно обертових вертикальних вихорів суттєво порушується. Один із ланцюжків торнадоподібних вихорів, наприклад, для швидкості потоку 0.1 м/с зароджується на відстані майже $(0.2...0.4)d$ вздовж зовнішньої бічної межі трирядної конструкції, що показано на рис. 7. Інший ланцюжок вертикальних торнадоподібних вихорів, що протилежно обертається першим, генерується на відстані приблизно $(0.4...0.6)d$ позаду першого бокового циліндра. Формування цих асиметричних слідових вихорів відбувається загалом періодично то з одного кормового боку першого бічного циліндру, то з іншого. Частота появи таких торнадоподібних вихорів між двома першими бічними циліндрами складає близько 0.5 Гц , якій відповідає число Струхаля $St = fd/U_\infty \approx 0.14$.

Коли інтенсивність бічної течії зменшується (це співпадає з фазою формування слідового вихору позаду першої центральної палі та підковоподібної вихрової системи навколо неї), то в сліді першої бічної палі формується пара протилежно обертових симетричних торнадоподібних вихорів, що проілю-

стровано на рис. 8. Цей режим частково відповідає режимові симетричної течії, яку отримано при чисельному моделюванні обтікання трирядного ростверку для відстані між циліндрами в бічному ряді $1.3d$. Під дією бічної течії внутрішній торнадоподібний вихор переміщується вниз за потоком з більшою конвективною швидкістю і при своєму рухові наближується до зовнішнього слідового вихору. Іноді вони спарюються перед тим, як потрапити під вплив підковоподібної вихрової системи, що огинає трирядний ростверк поблизу його спряження з плоскою поверхнею. Загалом всі слідові вихори, що генеруються позаду бічних опор, а також бічні течії об'єднуються з великомасштабним підковоподібним вихором і утворюють нестійку вихрову течію з кожного із боків трирядного ростверку.

Інструментальні дослідження поля швидкостей за допомогою мініатюрних термісторних датчиків показали, що в зазорі між боковими палями, особливо між першою і другою, а також між останньою і передостанньою бічними палями, існують значні повздовжні і поперечні осереднені і пульсаційні швидкості. Такі великі значення швидкостей обумовлені взаємодією бічної течії між палями, підковоподібними вихорами, які утворюються перед кожною із паль, та слідовими вихорами, що генеруються палями, які знаходяться вище за потоком. Зміни в часі осередненої і пульсаційної швидкостей перед другою боковою опорою в порівнянні з такими самими компонентами швидкості перед першою центральною палею, а також спектр поля пульсацій швидкості на периферії і в ядрі підковоподібних вихорів показані на

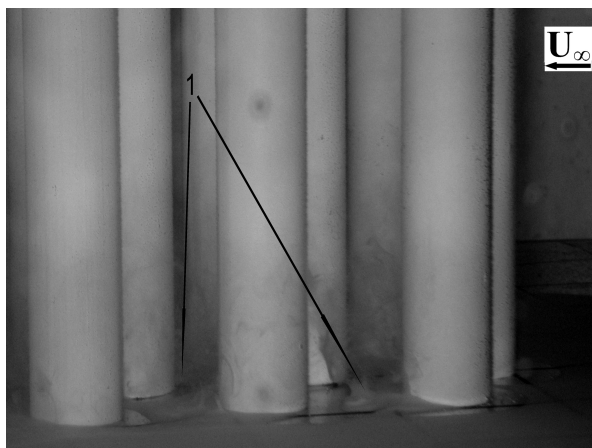


Рис. 7. Утворення асиметричних вихрових структур у сліді обтічних паль

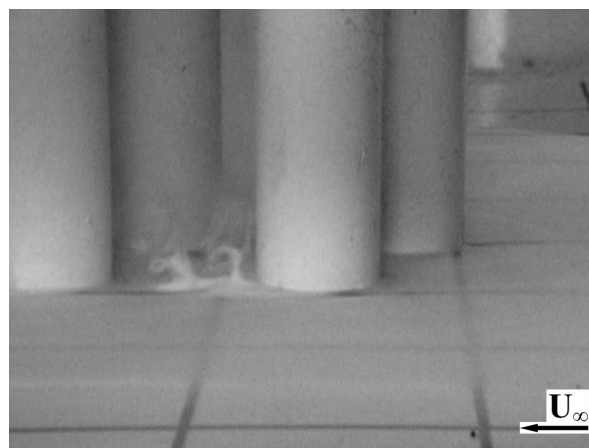


Рис. 8. Формування пари симетричних торнадоподібних слідових вихорів позаду першої бічної палі трирядного ростверку

рис. 9...11. Тут криві 1 та 3 представляють значення швидкості у ядрах підковоподібних вихорів, а криві 2 та 4 – на периферії цих вихорів, які сформовано перед центральною і другою бічною палами відповідно. У відповідності до результатів, наведених у роботі [32], перед центральною палаєю для даного режиму обтікання формується квазистійкий вихор, що має розмір приблизно 0.009 м у діаметрі. Ядро цього вихору знаходиться на відстані (0.004...0.005) м перед опорою і приблизно (0.003...0.004) м від обтічної поверхні пласкої пластини. Згідно з ізотаксами середніх і пульсаційних швидкостей в передній частині другої бокової опори формується вихор масштабом 0.014 м на 0.01 м відповідно в горизонтальному (вісь "x") і вертикальному (вісь "y") напрямках. Ядро цього квазистійкого підковоподібного вихору, що омиває другу бокову опору, знаходиться в області з координатами $x=(0.007...0.008)$ м; $y=(0.004...0.005)$ м і має яйцеподібну форму, видовжену в горизонтальному напрямку. Більш гостра частина підковоподібного вихору знаходиться ближче до кормової частини першої бокової опори. Значення осереднених швидкостей в ядрі і на периферії цього великомасштабного вихору на (25...35)% вище, ніж для квазистійкого вихору перед першою центральною опорою (див. рис. 9). Окрім цього, спостерігаються значні осциляції у ядрі вихрової системи перед другою боковою опорою відносно ядра підковоподібного вихору, що формується перед центральною палаєю ростверку. Через вплив бічної течії, яка сама має осцилюючий характер, і слідових вихорів, що утворюються позаду першої бокової палі, ядро підковоподібного вихору, породженого навколо другої бічної палі, інтенсивно коли-

вається. Частота цих коливань відносно значна і має широкий частотний спектр (див. рис. 9 та 11).

Поле пульсацій швидкості перед другою боковою опорою також є вищим як в самому вихорі, так і в сусідніх з ним частинах потоку на (20...25)% відносно результатів пульсацій швидкості перед центральною осью опорою (див. рис. 10). Але треба зауважити, що інтенсивність турбулентності у вигляді відношення середніх квадратичних значень пульсацій швидкості до осередненої місцевої швидкості становить 12% та 50% відповідно в ядрі і на периферії квазистійкого підковоподібного вихору перед центральною першою опорою, а перед другою боковою опорою – 7% та 29%. Це зменшення інтенсивності турбулентності перед другою боковою опорою обумовлене значним ростом осередненої швидкості вихрової течії відносно пульсацій швидкості (див. рис. 9 та 10).

Внаслідок взаємодії підковоподібних вихорів, слідових вихрових структур і бокових течій між опорами, які знаходяться в області ближнього сліду одна від іншої, спектральні характеристики поля пульсацій швидкості перед другою боковою опорою заповнені до 25 Гц, а перед першою центральною палаєю – до 10 Гц, що показано у безрозмірному вигляді на рис. 11. Нормування спектрів пульсацій швидкості проводилося по зовнішнім змінним, а саме, по швидкості потоку та по діаметру обтічної палі. Підвищення інтенсивності високочастотних компонент пульсацій швидкості в цьому місцеположенні засвідчує наявність тут дрібномасштабних джерел пульсацій швидкості, якими можуть бути малі вихори, що утворюються при розпаді когерентних великомасштабних вихорів. Максимуми в спектральних густинах поту-

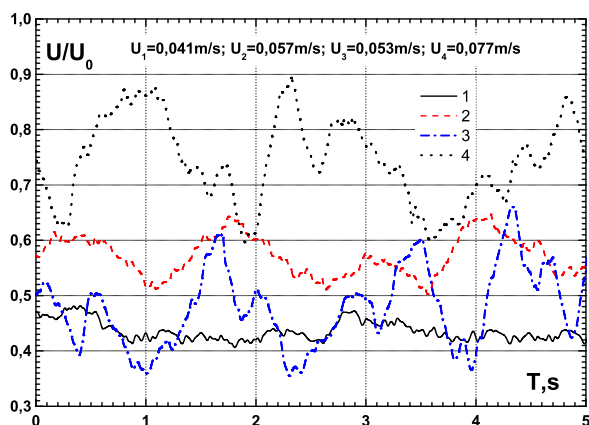


Рис. 9. Осереднені швидкості перед першою центральною та другою бічною палями трирядного ростверку

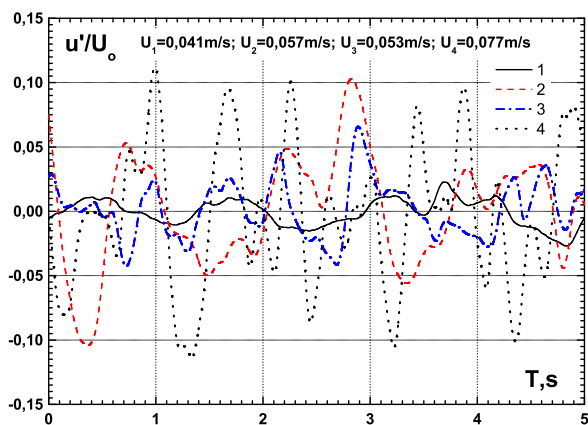


Рис. 10. Пульсації швидкості перед першою центральною та другою бічною палями трирядного ростверку

жності пульсацій швидкості на рис. 11 зосереджені на частотах близько (0.6...1.0) Гц та (0.9...1.5) Гц для підковоподібних вихорів перед передньою центральною та другою бічною палями трирядного ростверку. На периферії цих вихрових структур частоти коливань швидкості вищі, ніж у ядрі. Ці частоти відповідають найбільш інтенсивним коливанням поля пульсацій швидкості в вихровій течії, обумовленим частотою обертання підковоподібної вихрової системи і осциляціями її в просторі біля опори.

Вимірювання просторово-часових або взаємних кореляцій між парою термісторних датчиків швидкості, які розташовувалися на фіксованій відстані один від одного, показали, що ці статистичні кореляційні характеристики мають суттєво нестаціонарний і неоднорідний характер як у часі, так і у просторі. Їх значення відрізняються в залежності від початкового періоду часу реєстрації інформації та від інтервалу статистичної обробки даних, а також від місцезоположення і відстані між датчиками. Це обумовлено нестійкістю вихрового руху в досліджуваних об'ємах спряженої течії і значною нестаціонарністю взаємодії вихрових систем між собою і обтічною поверхнею, а також присутністю осцилюючих бічних течій між палями трирядного ростверку. В зв'язку з цим в даних дослідженнях застосовувалися методи короткочасної або миттєвої реєстрації інформації та статистичної обробки експериментальних даних. Для цього просторово-часові кореляції між парою датчиків пульсацій швидкості аналізувалися за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є за час 0.5 с, який не перевищує період формування квазістій-

ких вихрових структур, що формуються поблизу обтічних опор та їх частоти обертання, значення яких отримані із спектрального аналізу даних.

На рис. 12 приведено просторово-часову корелограму пульсацій швидкості між парою термісторних датчиків, які встановлено на фіксовану відстань (0.004 м один від одного у напрямку "x" та 0.001 м у напрямку "y"), у тривимірному вигляді для швидкості потоку 0.1 м/с. Ця корелограма отримана в спряженій течії між першою і другою бічними палями трирядного ростверку. По ортогональним координатам було відкладено коефіцієнт взаємної кореляції ($\rho_{12}(\tau)$), нормований середньо-квадратичними значеннями пульсацій швидкості у вимірювальних точках, час затримки корелюваного сигналу (τ) та часовий інтервал короткочасного статистичного аналізу даних (T), які мають розмірність у секундах. Кольорова або сіро-чорна градація коефіцієнта взаємної кореляції приведена поблизу тривимірної корелограми. Чергування значної кореляції між дослідними точками з частотою, близькою до 1.5 Гц, а також поява антикореляції (сигнали датчиків пульсацій швидкості знаходяться у протифазі) з частотою порядку 0.5 Гц дають можливість оцінити частоту обертання корелюваних або когерентних вихрових структур, що утворюються в дослідному об'ємі течії, та їх коливання у просторі, що обумовлені їхньою взаємодією між собою та обтічною поверхнею. Значення коефіцієнтів взаємної кореляції вказують на ступінь корелюваності пульсацій швидкості у дослідному об'ємі та їх джерел, одними з яких є підковоподібні та слідові вихрові системи.

Час затримки корелюваного сигналу та його

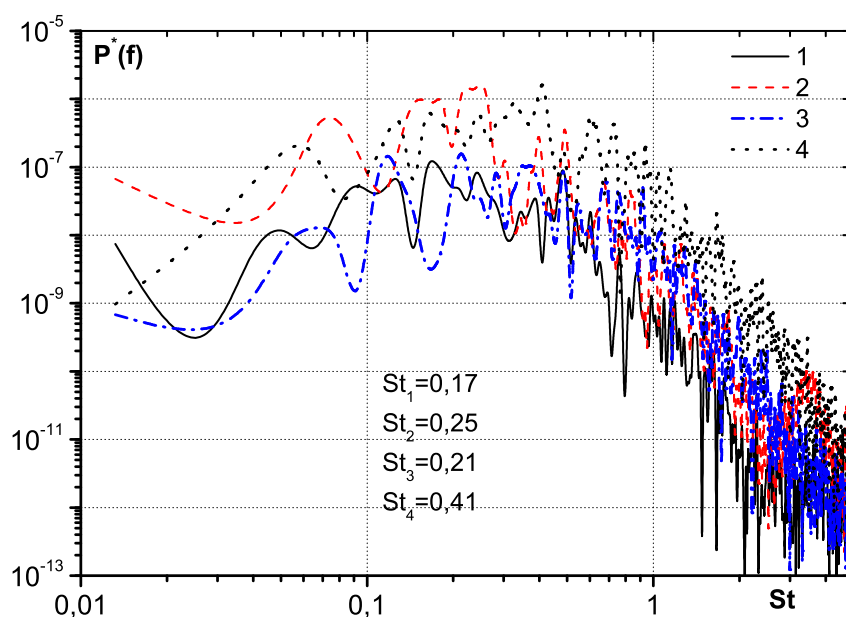


Рис. 11. Спектральні густини потужності пульсацій швидкості перед першою центральною і другою бічними палями ростверку

знак при фіксованій відстані між датчиками пульсацій швидкості дозволяють знайти швидкість переносу та напрямок руху цих когерентних вихрових структур або джерел корелюваних пульсацій швидкості. Максимум корелюваності пульсацій швидкості для даних умов проведення досліджень реєструвався при часі затримки приблизно 0.07 с і коефіцієнт взаємної кореляції складав 0.92, що спостерігалось між 4 та 5 секундами на рис. 12. Для фіксованої відстані між датчиками швидкості та визначеного часу затримки максимально значення коефіцієнту взаємної кореляції, конвективна швидкість корелюваного сигналу складає приблизно $0.7U_\infty$. З нашої точки зору, це є колова швидкість квазістійкого великомасштабного підковоподібного вихору, який утворюється перед другою бічною опорою, що спостерігалось в наших візуальних дослідженнях. Враховуючи частоту його обертання, близьку до 1.5 Гц (див. рис. 11 та 12), є можливість оцінити еквівалентний радіус цього вихору, а саме $R_e = U_c/\omega$, де ω – кругова частота ($\omega = 2\pi f$), який дорівнює (0.006...0.007) м або майже $0.25d$. Цей еквівалентний радіус підковоподібного вихору близький до масштабів підковоподібного вихору, що формується перед другою

бічною опорою, і який було визначено із профілів осередненої швидкості у цьому місці спряженої течії, про що вище було сказано.

Таким чином, великомасштабна когерентна підковоподібна вихрова система, що формується поблизу другої бічної палі трирядного ростверку, має більший розмір і частоту обертання, ніж квазістійка підковоподібна вихрова структура, яка існує перед першою центральною палею. З нашої точки зору, така відмінність у масштабах вихрових структур, а також у їхній інтенсивності обумовлена особливостями взаємодії вихрових структур, що виникають поблизу обтічних опор у місці їх спряження з пласкою твердою поверхнею. Крім того, суттєве значення на відмінність геометричних та динамічних параметрів цих структур має дія бічної течії, що виникає між першою та другою бічними палями. Треба зауважити, що поблизу бокової поверхні трирядного ростверку, який обтікається рідиною, як поганообтічне тіло, утворюються області течії з підвищеною швидкістю, через загромождження потоку конструкцією ростверку (див. рис. 5,б). Внаслідок цього, відносно великошвидкісний бічний потік примушує ніжки підковоподібної системи більше витягуватися навко-

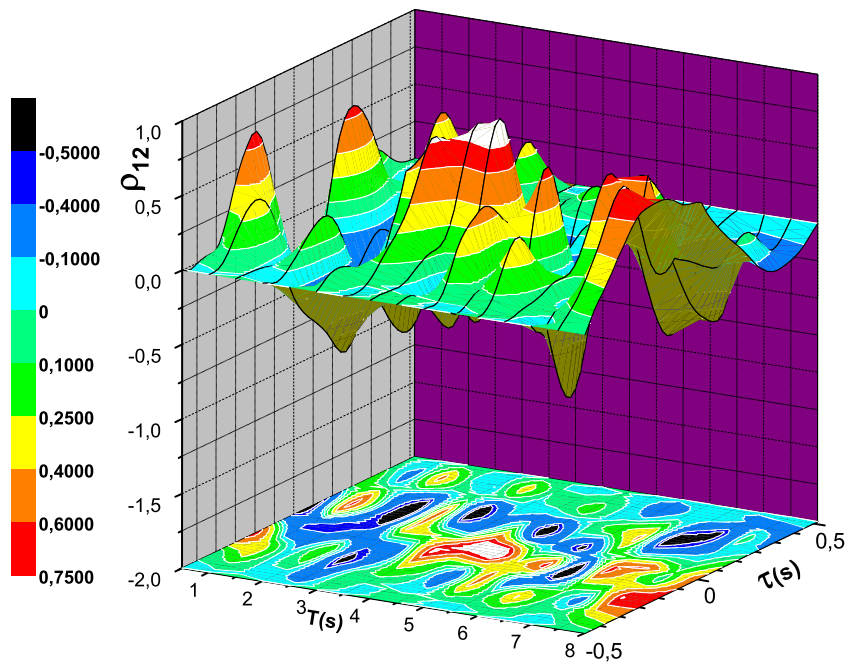


Рис. 12. Просторово-часова корелограма пульсацій швидкості у зазорі між першою та другою бічними палями трирядного ростверку

ло другої бічної палі, що викликає їх прискорення і обертання з більшою частотою.

ВИСНОВКИ

Експериментальні та чисельні дослідження полів швидкостей та зсувних напруг у характерних областях спряженої течії, де формуються і розвиваються великомасштабні когерентні підковоподібні вихори поблизу опор трирядного пального ростверку, слідові вихори позаду обтічних паль і бічні течії між палями, які складають конструкцію ростверку, дали можливість зробити наступні висновки.

1. Між палями трирядної конструкції ростверку виникають бічні течії, інтенсивність яких є найбільшою між першими та другими і передостанніми та останніми бічними палями, що спричиняє до появи в цих областях спряженої течії підвищених зсувних напруг на обтічній поверхні. Взаємодія підковоподібних вихрових систем, які формуються навколо паль і конструкції ростверку в цілому, та слідових вихорів, що генеруються позаду цих поганобтічних тіл, викликає утворення біфуркацій

у вихровому потоці і появу симетричних і асиметричних вихрових структур, що конвектують у зазорах між окремими палями.

2. Встановлено, що за передньою центральною палею трирядного ростверку зароджується симетрична доріжка вихорів, яку складають торнадоподібні вертикальні слідові вихрові системи. За боковими палями, особливо там, де з'являються інтенсивні бічні течії, симетричність протилежно обертових вертикальних вихорів суттєво порушується. Формування асиметричних слідових вихорів відбувається загалом періодично то з одного кормового боку першого бічного циліндру, то з іншого. Частота появи таких торнадоподібних вихорів між двома першими бічними циліндрами складає близько 0.5 Гц, якій відповідає число Струхала $St=0.14$. Коли інтенсивність бічної течії зменшується, то в сліді першої бічної палі формується пара протилежно обертових симетричних торнадоподібних вихорів.

3. Визначено, що для турбулентного режиму обтікання при $Re_x = 100000$, $Re_d = 2700$, $Fr=0.07$ перед центральною палею формується квазистійкий підковоподібний вихор, що має розмір приблизно $0.3d$ у діаметрі. Ядро цього вихору знаходиться на

відстані $0.15d$ перед опорою і приблизно $0.13d$ від обтічної поверхні пласкої пластини. В передній частині другої бокової опори формується вихор масштабу $0.5d$ на $0.4d$ відповідно в горизонтальному і вертикальному напрямках. Ядро цього квазистійкого підковоподібного вихору, що омиває другу бокову опору, знаходиться в області з координатами $x=0.28d$ від поверхні другої бічної палі та $y=0.15d$, і він має яйцеподібну форму, видовжену в горизонтальному напрямку. Більш гостра частина підковоподібного вихору знаходиться ближче до кормової частини першої бокової опори.

4. Встановлено, що осереднена і пульсаційна складова швидкості у ядрі підковоподібної вихрової системи менша в (1.5...2) рази, ніж на його периферії. Значення осереднених швидкостей в ядрі і на периферії великомасштабного вихору перед другою бічною опорою на (25...35)% вищі, ніж для квазистійкого вихору перед першою центральною опорою. Поле пульсацій швидкості перед другою боковою опорою також є вищим як в самому вихорі, так і в сусідніх з ним частинах потоку на (20...25)% відносно пульсацій швидкості перед першою центральною осью опорою.

5. Інтенсивність турбулентності у вигляді відношення середніх квадратичних значень пульсацій швидкості до осередненої місцевої швидкості становить 12% та 50% відповідно в ядрі і на периферії квазистійкого підковоподібного вихору перед центральною першою опорою, а перед другою боковою опорою – 7% та 29%. Зменшення інтенсивності турбулентності перед другою боковою опорою обумовлене значним ростом осередненої швидкості вихрової течії відносно пульсацій швидкості.

6. Встановлено, що внаслідок взаємодії підковоподібних вихорів, слідових вихрових структур і бокових течій між опорами, які знаходяться в області ближнього сліду одна від одної, спектральні характеристики поля пульсацій швидкості перед другою боковою опорою заповнені до 25 Гц або $St=6.8$, а перед першою центральною палею – до 10 Гц або $St=2.7$. Максимуми в спектральних густинах потужності пульсацій швидкості зосереджені на частотах близько (0.6...1.0) Гц або $St=(0.16:0.27)$ та (0.9...1.5) Гц або $St=(0.24:0.41)$ для підковоподібних вихорів перед передньою центральною та другою бічною паллями трирядного ростверку відповідно. На периферії цих вихрових структур частоти коливань швидкості вищі, ніж у ядрі. Ці частоти відповідають найбільш інтенсивним коливанням поля пульсацій швидкості в вихровій течії, обумовленим частотою обертання підковоподібної вихрової системи і осциляціями її в просторі біля опори.

7. Визначено, що статистичні взаємні кореляційні характеристики спряженої течії поблизу трирядної пальної опори мають суттєво нестационарний і неоднорідний характер як у часі, так і у просторі. Чергування значної кореляції між дослідними точками з частотою, близькою до 1.5 Гц, а також поява антикореляції з частотою порядку 0.5 Гц дає оцінку частоти обертання когерентних вихрових структур, що утворюються перед другою бічною палею, та їх коливання у просторі, що обумовлені взаємодією вихорів між собою та обтічною поверхнею.

8. Встановлено, що великомасштабна когерентна підковоподібна вихрова система, що формується поблизу другої бічної палі трирядного ростверку, має більший розмір і частоту обертання, ніж квазистійка підковоподібна вихрова структура, яка існує перед першою центральною палею. Вона має еквівалентний діаметр приблизно $0.5d$, частоту обертання 1.5 Гц або $St=0.41$ і колову швидкість близько $0.7U_\infty$, а підковоподібний вихор перед першою центральною палею має діаметр $0.3d$, частоту обертання близьку до 1 Гц або $St=0.27$ і колову швидкість майже $0.56U_\infty$. У просторі ці великомасштабні когерентні структури осцилюють, практично, з однією частотою, а саме приблизно 0.5 Гц, якій відповідає число Струхала $St=0.14$.

Автори щиро вдячні чл.-кор. НАН України, проф., докт. фіз.-мат. наук В. І. Нікішову за активну участь при розробці алгоритмів розрахунків і програми експериментів та обговоренні результатів дослідів, пров. наук. співр., канд. техн. наук А. П. Макаренкову та зав. сектором О. О. Коту за участь у проведенні експериментальних досліджень.

1. Sumer B. M., Bundgaard K., Fredsoe J. Global and local scour at pile groups // Int. J. Offshore and Polar Eng.– 2005.– 15, № 3.– P. 204–209.
2. Coleman S. E. Clearwater local scour at complex piers // J. Hydr. Eng.– 2005.– 131, № 4.– P. 330–334.
3. Hannah C. R. Scour at pile groups // Dept. of Civil Eng., School of Eng., University of Canterbury, New Zealand.– 1978.– Rep. № 78-3.– P. 1–106.
4. Vittal N., Kothiyari U. C., Haghighat M. Clear water scour around bridge pier group // J. Hyd. Eng.– 1994.– 120, № 11.– P. 1309–1318.
5. Ezzeldin M. M., Moharram S. H., Sarhan T. E., Elhamrawy A. M. S. Scour around pile group of small bridge // 10-th Int. Water Technology Conf., IWTC10 2006.– Alexandria, Egypt.– 2006.– P. 985–1002.
6. Etema R. Scour at bridge piers.– Report 216 : School of Engineering, The University of Auckland, New Zealand, 1980.– 67 p.

7. Dargahi B. Flow field and local scouring around a cylinder.– Bulletin No: TRITA-VBI-137: Royal Institute of Technology, Hydraulics Laboratory, Stockholm, Sweden, 1987.– 49 p.
8. Dargahi B. Controlling mechanism of local scouring // J. Hydr. Eng.– 1990.– **116**, № 10.– P. 1197–1214.
9. Ettema R., Kirkil G., Muste M. Similitude of large-scale turbulence in experiments on local scour at cylinders // J. Hydr. Res. – 2006.– **132**, № 1.– P. 33–40.
10. Simpson R. L. Junction flows // Annu. Rev. Fluid Mech.– 2001.– **33**.– P. 415–443.
11. Kirkil G., Constantinescu S. G., Ettema R. Coherent structures in the flow field around a circular cylinder with scour hole // World Water and Environmental Resources Congress, EWRI.– Alaska.– 2005.– P. 1–12.
12. Devenport W. J., Simpson R. L. Time-dependent and time-averaged turbulence structure near the nose of a wing-body junction // J. Fluid Mech.– 1990.– **210**.– P. 23–55.
13. Breusers H. N. C., Raudkivi A. J. Scouring.– Rotterdam : A. A. Balkema, 1991.– 143 p.
14. Raudkivi A. J. Loose boundary hydraulics.– N. Y: Taylor and Francis, 1998.– 496 p.
15. Salim M., Jones J. S. Scour around exposed pile foundations // Proc. ASCE, North American Water and Environment Congress.– Anaheim, CA.– 1999.– P. 1–14.
16. Meinders E. R., Hanjalic K. Vortex structure and heat transfer in turbulent flow over a wall-mounted matrix of cubes // Int. J. Heat Fluid Flow.– 1999.– **20**, № 2.– P. 255–267.
17. Schmidt S., Thiele F. Comparison of numerical methods applied to the flow over wall-mounted cubes // Int. J. Heat Fluid Flow.– 2002.– **23**, № 3.– P. 330–339.
18. Niceno B., Dronkers A. D. T., Hanjalic K. Turbulent heat transfer from a multi-layer wall-mounted cube matrix: a large eddy simulation // Int. J. Heat Fluid Flow.– 2002.– **23**, № 2.– P. 173–185.
19. Martinuzzi R., Havel B. Turbulent flow around two interfering surfacemounted cubic obstacles in tandem arrangement // ASME J. Fluids Eng.– 2000.– **122**.– P. 24–31.
20. Martinuzzi R., Havel B. Vortex shedding from two surface-mounted cubes in tandem // Int. J. Heat Fluid Flow.– 2004.– **25**.– P. 364–372.
21. Okajima A. Flows around two tandem circular cylinders at very high Reynolds number // Bull. JSME.– 1979.– **22**.– P. 504–511.
22. Xu G., Zhou Y. Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders // Exp. Fluids.– 2004.– **37**, № 3.– P. 248–260.
23. Luo S. C., Teng T. C. Aerodynamic forces on a square section cylinder that is downstream to an identical cylinder // Aeronaut. J.– 1990.– **94**, № 3.– P. 203–210.
24. Meneghini J. R., Saltara F., Siqueira C. L. R., Ferrari J. A. Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and in side-by-side arrangements // J. Fluids Struct.– 2001.– **15**, № 4.– P. 327–340.
25. Inoue O., Mori M., Hatakeyama N. Aeolian tones radiated from flow past two square cylinders in tandem // J. Phys. Fluids.– 2006.– **18**, № 4.– P. 046101–1–12.
26. Tasaka Y., Kon S., Schouveiler L., Le Gal P. Hysteretic mode exchange in the wake of two circular cylinder in tandem // J. Phys. Fluids.– 2006.– **18**, № 8.– P. 084104–1–15.
27. Mizushima J., Suehiro N. Instability and transition of flow past two tandem circular cylinders // J. Phys. Fluids.– 2005.– **17**, № 10.– P. 104107–1–8.
28. Горбань В. О., Горбань І. М. Вивчення взаємодії квадратних циліндрів, розташованих тандемом // Прикл. гідромех.– 2008.– **10**, № 2.– С. 36–47.
29. Cottet G.-H., Koumoutsakos P. D. Vortex methods. Theory and practice.– N.Y: Cambridge Univ. Press, 2000.– 313 p.
30. Горбань В. О., Горбань І. М. Вихрова структура потоку при обтіканні квадратної призми: числова модель та алгоритм управління // Прикл. гідромех.– 2005.– **7**, № 2.– С. 8–26.
31. Воскобойник А. В., Воскобойник В. А., Воскобойник О. А. Спряжене обтікання трирядного пального ростверку на пласкій поверхні. Частина 1. Формування підковоподібних вихорів // Прикл. гідромех.– 2008.– **10**, № 3.– С. 28–39.
32. Воскобойник А. В., Воскобойник В. А., Воскобойник О. А. Спряжене обтікання трирядного пального ростверку на пласкій поверхні. Частина 2. Просторово-часові кореляції та спектри // Прикл. гідромех.– 2008.– **10**, № 4.– С. 13–25.
33. Paik J., Escauriaza C., Sotiropoulos F. On the bimodal dynamics of the turbulent horseshoe vortex system in a wing-body junction // Phys. Fluids.– 2007.– **19**, № 4.– P. 045107–1–20.
34. Olcmen S. M., Simpson R. L. Experimental transport-rate budgets in complex 3-D turbulent flow near a wing/body junction // Int. J. Heat Fluid Flow.– 2008.– **29**, № 4.– P. 874–890.
35. Воскобойник А. А., Воскобойник А. В., Воскобойник В. А., Марченко А. Г., Никишов В. И. Локальный размыв грунта при взаимодействии мостовых опор, находящихся в следе друг за другом // Прикл. гідромех.– 2006.– **8**, № 3.– С. 16–26.