

УДК 532.405

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В КАНАЛАХ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ТОПОГРАФИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ.

1. ГЕНЕРАЦИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН

А. И. КУЛИК, В. И. НИКИШОВ, В. В. ОЛЕКСЮК, С. В. ПИХУР,
А. Г. СТЕЦЕНКО

Институт гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 18.12.2008

Рассмотрены методы генерации внутренних волн в лабораторных условиях. Основное внимание уделено внутренним уединенным волнам, распространяющимся вдоль поверхности раздела в двухслойной среде. Описан модифицированный "метод ступенчатого бассейна", на основе которого проведены экспериментальные исследования характеристик внутренних уединенных волн. Приведено описание установки и методики проведения экспериментов. Показано, что при малых амплитудах характеристики внутренних уединенных волн могут быть успешно описаны на основании КДВ теории. Для описания волн большой амплитуды необходимо привлекать полностью нелинейные теории. В качестве альтернативы может быть использована ЕКДВ теория.

Розглянуто методи генерації внутрішніх хвиль у лабораторних умовах. Основну увагу приділено внутрішнім відокремленим хвилям, що розповсюджуються вздовж границі розділу в двошаровому середовищі. Описано модифікований "метод ступінчастого басейну", на основі якого проведено експериментальні дослідження характеристик внутрішніх відокремлених хвиль. Наведено опис установки та методики проведення експериментів. Показано, що при малих амплітудах характеристики внутрішніх відокремлених хвиль можуть бути отримані на основі КДВ теорії. Для опису хвиль великої амплітуди необхідно застосовувати повністю нелінійні теорії. В якості альтернативи може використовуватись ЕКДВ теорія.

Methods of generation of internal waves in laboratory conditions are considered. The emphasis is on internal solitary waves propagating along the interface in two-layer medium. The modified Ψ step pool method has been used to carry out experimental investigations of characteristics of internal solitary waves. The experimental facility and methodology of experiments are described. It is shown that KdV theory can be used successfully to obtain the characteristics of internal solitary waves of small amplitude. Fully non-linear theories are used to describe waves of large amplitude, and EKdV theory can be applied as alternative theory.

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальному изучению процессов генерации и распространения нелинейных внутренних волн в лабораторных каналах всегда уделялось большое внимание. Это связано, прежде всего, с возможностью проведения экспериментальных исследований в контролируемых условиях, когда создана среда с необходимыми параметрами и характеристики волн могут быть четко зарегистрированы. Данные, полученные в лабораторных экспериментах, обладают высокой степенью достоверности и позволяют изучать различные особенности динамических процессов, связанных с распространением внутренних уединенных волн. Результаты исследований дают возможность углубить наши знания и понимание процессов нелинейного распространения волны в стратифицированной среде.

В последние годы численные методы широко

используются при изучении процессов генерации и распространения внутренних уединенных волн в стратифицированной среде. Результаты таких исследований все чаще представляются в виде численных моделей, с помощью которых можно получить всестороннее описание изучаемых процессов. Следует, однако, иметь в виду, что эти модели в значительной мере опираются на упрощающие предположения, которые применяются для моделирования сложных динамических процессов. Тестирование разрабатываемых моделей, как правило, осуществляется с использованием известных аналитических результатов или в них вводится дополнительная информация, получаемая при проведении полевых исследований. В последнем случае наличие неконтролируемых возмущений приводит к трудностям при формулировании конечных результатов. Необходимо подчеркнуть в этой связи важную роль данных лабораторных экспериментов, которая заключается в предоставлении детальной количественной и качественной ин-

формации, которая часто является недоступной в естественных условиях при проведении полевых исследований. Качественное усовершенствование числовых моделей и их обоснованность достигаются путем сопоставления результатов расчетов с данными лабораторных измерений, полученных в заданных условиях. Интеграция численного моделирования и лабораторных экспериментов – плодотворный путь к улучшению описания характерных особенностей динамических процессов преобразования энергии в стратифицированных водоемах.

Характеристики уединенных внутренних волн и проблемы их генерации в лабораторных условиях были исследованы во многих экспериментальных работах. Прежде всего, следует упомянуть о работах, в которых изучались характеристики распространяющихся внутренних уединенных волн и проводилось сравнение данных с результатами, полученными на основе соответствующих теоретических моделей. Заметное количество экспериментальных работ посвящено исследованию взаимодействия внутренних уединенных волн с топографическими особенностями, с наклонным берегом и т. д. При выполнении последних указанное сравнение теоретических и экспериментальных результатов также, как правило, проводится, но основное внимание все же уделено изучению процессов взаимодействия.

Преобладающая стратификация воды в морях и озерах является вертикальной. Реальное распределение плотности может быть аппроксимировано в такой ситуации конфигурацией с двумя слоями с постоянной плотностью в каждом слое. Заметим, что большое внимание в экспериментальных работах уделяется изучению распространения уединенных волн вдоль поверхности раздела между двумя жидкостями (несмешивающимися и смешивающимися, когда слой раздела имеет конечную толщину, что обусловлено диффузионными процессами) различной плотности. Двухслойное распределение плотности является адекватным реальному распределению плотности в стратифицированных водоемах, и экспериментальные данные служат основой для изучения характеристик волн, процессов переноса массы и энергии. Кроме того, получаемые данные позволяют проводить сравнение с аналитическими результатами, полученными для двухслойной стратификации.

В данной работе (часть 1) рассмотрены вопросы генерации и распространения сильно нелинейных внутренних волн над плоским дном вдоль поверхности раздела двух жидкостей, проведено сравнение экспериментальных данных с результатами

теоретических работ с целью описания волновых характеристик. Результаты лабораторного моделирования процессов взаимодействия уединенных внутренних волн с топографическими неоднородностями в виде препятствий будут представлены в следующей работе (часть 2).

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Экспериментальные исследования характеристик внутренних уединенных волн, распространяющихся вдоль поверхности раздела двух жидкостей различной плотности, заполняющих бассейн, были выполнены Као и др. [1]. Опыты проводились в бассейне длиной 9.1 м, глубиной 0.6 м. и шириной 0.36 м. В работе подробно изложены особенности генерации уединенных внутренних волн с помощью “метода ступенчатого бассейна” (“step pool method”). Схематично суть этого метода представлена на рис. 1.

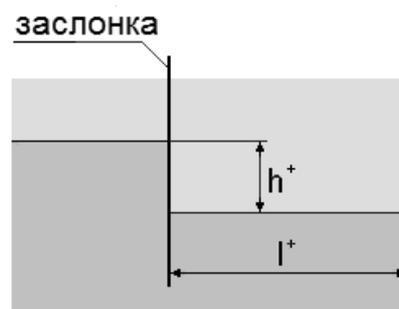


Рис. 1. Экспериментальная установка для генерации уединенных внутренних волн (“step pool method”)

Вначале в бассейне создавалась двухслойная стратификация с заданными параметрами (в качестве более плотной жидкости использовалась соленая вода). Затем в верхней части бассейна устанавливалась водонепроницаемая подвижная заслонка, которая отделяла небольшую часть бассейна от основной. Между заслонкой и дном был зазор, через который вода могла перетекать из одной части бассейна в другую. После этого в выделенную часть бассейна добавлялось заданное количество пресной воды, что приводило к перетеканию части более плотной жидкости в основную часть бассейна через зазор. Таким образом понижался уровень границы раздела жидкостей в выделенной части на величину h^+ по сравнению с основной. И как следствие, уровни свободной поверхности в выделенной и основной части бассейна отличались друг от друга. Аналогичная картина наблюдается в сообщающихся сосудах, когда в них содержа-

тся жидкости различных плотностей. Оценка показывает, что в случае, когда соленость жидкости в нижнем слое составляет $S = 15\text{‰}$, возникающая разница уровней свободной поверхности составляет величину порядка 1 мм при $h^+ = 10$ см, т. е. является малой и сравнимой с радиусом кривизны мениска, образующегося у границы пластины. После удаления подвижной разделительной пластины на свободной поверхности формируются разбегающиеся поверхностные волны малой амплитуды, которые вызваны разницей уровней и возмущением свободной поверхности из-за подъема пластины. В результате, уровень свободной поверхности в обеих частях бассейна становится одинаковым. Однако распределение плотности по глубине, а значит и распределение давления, будут отличаться в основной части бассейна и в выделенной части, поскольку имеет место разница уровней поверхностей раздела. Это приводит к тому, что более тяжелая жидкость, находящаяся в основной части бассейна, перемещается в выделенную часть и одновременно происходит соответствующее перемещение более легкой жидкости, содержащейся в выделенной части бассейна, в основную часть бассейна. При этом возникают локальные вихревые образования, вызванные удалением перегородки. Дальнейшее перемещение более легкой жидкости приводит к образованию уединенной волны. Было отмечено, что формирование уединенных волн также сопровождалось различной степенью начального обрушения волны, что ограничивает генерацию волн максимальной амплитуды. В работе изучен вопрос о количестве уединенных волн, которые могут быть произведены данным методом. Была исследована зависимость количества уединенных волн от параметра $|h^+|^{1/2} l^+$, где h^+ – различие между уровнями поверхностей раздела в выделенной и основной частях бассейна перед пробегом; l^+ – длина выделенной части бассейна (рис. 1). Показано, что цуг уединенных волн формируется при больших значениях этого параметра. Определены условия, при которых происходит генерация одной уединенной волны. Расстояние l^+ между стенкой бассейна и перегородкой выбирается экспериментальным способом с целью минимизации дисперсионного хвоста уединенной волны.

Авторы отмечают, что важно осуществлять медленное заполнение бассейна. Это позволяет получать довольно малую толщину промежуточного слоя (0.3–1.3 см). Профиль плотности перед пробегом мог быть описан следующим выражением (профиль плотности гиперболического танген-

са или профиль термоклина):

$$\rho(z) = \rho_0(1 - \kappa \operatorname{th} \alpha z), \quad (1)$$

где $\rho_0 = (\rho_1 + \rho_2) / 2$; $\kappa = (\rho_2 - \rho_1) / 2\rho_0$; ρ_1 и ρ_2 – плотности жидкости верхнего и нижнего слоев соответственно; z – вертикальная координата; параметр α^{-1} – половина толщины промежуточного слоя (пикноклина). Расстояние промежуточного слоя от свободной поверхности могло изменяться в экспериментах от 0.95 см до 7.6 см, т. е. на 7.6 см ниже свободной поверхности. Уединенная волна имела отрицательную полярность (волна депрессии), поскольку толщина верхнего слоя была всегда меньше толщины нижнего слоя. В экспериментах использовались различные методы измерений: визуализация потоков путем подкрашивания слоев жидкости и последующего фотографирования; измерения скорости жидкости с помощью термоанемометра; измерения электропроводимости специальным датчиком, который был соединен с сервомеханизмом, что позволяло получать профиль солености; визуализация потока с помощью метода водородных пузырьков, что позволяло измерять мгновенную структуру поля скорости.

Као и др. [1] вычислили первую собственную функцию и соответствующее собственное число на основе численного решения задачи Штурма-Лиувилля, а затем были найдены коэффициенты, стоящие в уравнении Кортевега-ДеВриза (КДВ). Сравнение экспериментальных данных с рассчитанными параметрами волн, соответствующих КДВ теории, показали неплохое соответствие результатов. В частности, профиль уединенной волны достаточно хорошо описывался КДВ теорией для различных отношений h_1 / H , где h_1 – толщина верхнего слоя и H – полная толщина. Другие характеристики уединенных волн также хорошо коррелируют с КДВ теорией. Вопрос, однако, возник при рассмотрении связи между скоростью распространения волны и ее амплитуды; или, другими словами, при рассмотрении амплитудно-волнового соотношения, описывающего баланс дисперсионных и нелинейных эффектов. Отличие от КДВ теории наблюдалось для сильно нелинейных волн, когда, впрочем, и теория КДВ становится неприменимой.

Работа [2] также посвящена изучению характеристик внутренних уединенных волн, распространяющихся в бассейне, заполненном системой с двумя слоями. Бассейн имел ширину 0.5 м, а длина составляла 6.2 м, и 12.3 м. Один пробег был сделан в бассейне длиной 21.4 м. Толщина промежуточного слоя не превышала 2 см. Генерация волн осуще-

ствлялась с помощью метода, описанного выше, т. е. "step pool method". Поле скорости, вызванное волнами, скорость распространения и форма волны были измерены с помощью различных методов ("particle tracking method" и метод изображений). Амплитуда волн изменялась в широком диапазоне: от малых до почти максимальных значений. Анализ теоретических моделей был осуществлен, включая полностью нелинейную и КДВ модели. Было показано, что результаты вычислений, выполненных на основе использования полностью нелинейной модели, хорошо соответствуют экспериментальным данным. Важно обратить внимание, что такое совпадение результатов имело место даже для размытого пикноклина. При проведении экспериментов с волнами большой амплитуды наблюдалось возникновение вальцов на заднем фронте волн, что связано с неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца, которая развивается за областью максимального перемещения границы раздела. Форма переднего фронта волны удовлетворительно описывалась КДВ теорией. Неустойчивость приводила к перемешиванию жидкостей вблизи границы раздела и размыванию пикноклина. Оценки показали, что локальное число Ричардсона, связанное с промежуточным слоем, достигало значений меньше, чем 0.25 в области гребня волны, т.е. течение в этой зоне является неустойчивым в соответствии с теоремой Майлса-Говарда [3]. Авторы показали, что КДВ теория хорошо описывает уединенные волны, амплитуды которых не превышают 0.4 толщины более тонкого слоя. Другими словами, КДВ теория была полезной для различных конфигураций заполнения бассейна, если амплитуда волны достаточно мала. Этот вывод согласуется с результатами работы [1]. В работе отмечено, что данный вывод остается справедливым в случае, когда толщины слоев сильно отличаются друг от друга, в частности, при $h_1/h_2 = 0.01$, где h_2 – толщина нижнего слоя. Для описания волн умеренной и большой амплитуд необходимо применять полностью нелинейную теорию, которая находится в хорошем согласии с результатами лабораторных измерений.

Эксперименты, описанные в работе [4], были выполнены в бассейне, сделанном из плексиглаза, размерами $600 \times 45 \times 60$ см. Для создания двухслойной стратификации использовались несмешивающиеся жидкости различной плотности: фреон ТФ и дистиллированная вода. Конфигурации заполнения бассейна, которые соответствовали случаям "мелкой" и "глубокой" воды, были исследованы, чтобы изучить влияние глубины на характеристики распространяющихся волн. Ампли-

туды распространяющихся волн измерялись распределенными емкостными датчиками. Генерация уединенных волн осуществлялась с помощью перемещения специальной лопасти. При таком способе генерации возникают заметные возмущения границы раздела, но скорость их распространения намного меньше, чем скорость уединенной волны, и, в конечном счете, уединенная волна отрывается от такого "хвоста". Это позволило изучить характеристики непосредственно уединенной волны, но потребовало использовать довольно большую длину бассейна.

Одной из важных характеристик уединенных волн является длина волны λ . Авторы ввели два определения длины волны. Первое, $\lambda_{0.5}$, представляет длину отрезка от точки, соответствующей гребню волны, до точки, соответствующей половине амплитуды. Второе определение длины волны выражено следующей формулой:

$$L_w = \frac{1}{a} \int_0^{\infty} \eta(x - ct) d(x - ct), \quad (2)$$

где c – скорость волны; η – смещение границы раздела; a – амплитуда волны; x – координата вдоль направления распространения волны. Такое интегральное представление связано с "массой" волны. Как отмечено авторами, второе определение соответствует лучше описанию волны, поскольку масса является инвариантом движения. Основное внимание в работе уделялось изучению формы уединенных волн и амплитудно-волнового соотношения $a/h = O(h^2/\lambda^2)$, которое, по мнению авторов, оказывается наиболее чувствительной характеристикой, устанавливающей область применимости рассматриваемых волновых теорий.

Авторы вывели КДВ уравнение "второго порядка", в котором произведен учет членов второго порядка в выражениях, описывающих нелинейные и дисперсионные эффекты. Отметим, что подобные уравнения рассмотрены также в работах [5, 6]. На основе полученных уравнений были введены поправки в теоретический профиль волны и в амплитудно-волновое соотношение. Профили уединенной волны были измерены, и было показано, что они соответствуют теоретическому "sech²" профилю для достаточно слабых волн (отношение амплитуды a волны к толщине нижнего слоя $a/h_2 < 0.1$). Для более интенсивных волн было установлено, что данные достаточно хорошо соответствуют результатам, полученным на основе улучшенного КДВ уравнения. Необходимо обратить внимание, что в случае "глубокой" воды, когда параметры опытов соответствуют соотношению

ям $\lambda/H \rightarrow 0$, $\lambda/h_2 \gg 1$, модель Бенджамина-Оно плохо соответствует полученным результатам. Однако модель Джозефа-Кубота-Ко-Доббса (ДККД модель конечной глубины: $\lambda/h_2 \gg 1$, $h_2/H \ll 1$) также дает неудовлетворительное соответствие результатов.

Позже поправки второго порядка к волновой теории конечной глубины для широкого изменения значений параметров были представлены в работе [7], в которой продемонстрировано, что данные работы [4] хорошо описываются улучшенной теорией. Авторы также выполнили экспериментальные исследования по изучению форм уединенных волн и возможности их описания в рамках моделей КДВ и ДККД, в которых проведен учет членов разложения второго порядка. Длина экспериментального волнового бассейна составляла 30 м, глубина – 60 см и ширина – 39.4 см. Стратификация бассейна была двухслойной: верхний слой пресной воды располагался над слоем более плотной соленой воды. Толщина промежуточного слоя была от 1 до 2 см. Генерация волн осуществлялась с помощью вертикального перемещения поршня, находящегося вблизи дна бассейна около торцевой стенки. Было показано, что скорость движения уединенных волн была меньше, чем предсказывает КДВ теория для двухслойной системы, и иногда была даже ниже фазовой скорости линейных волн c_0 . Причина такого расхождения состоит в конечности толщины промежуточного слоя между жидкостями, в то время как амплитуды волн были сравнительно малы.

Экспериментальным исследованиям характеристик уединенных внутренних волн, распространяющихся в двухслойной системе, посвящена работа [8]. Эксперименты были выполнены в бассейне длиной 6 м, шириной 0.4 м и высотой 0.6 м. Стратификация создавалась путем заполнения бассейна пресной водой, и затем снизу через систему донных отверстий подавалась соленая вода. Генератор волн представлял собой лопасть, установленную на границе между слоями. Носовая часть лопасти была закруглена для того, чтобы уменьшить генерацию вихревых образований, вызывающих турбулентное перемешивание жидкостей. Профиль плотности измерялся микрозондом, состоящим из 4 проволочек. Несколько зондов, предназначенных для регистрации формы и скорости волны, были установлены в бассейне. Эти зонды измеряли сопротивление жидкости между двумя вертикальными металлическими полосами, расположенными на расстоянии 10 мм друг от друга. Для измерения профиля скорости жидкости в волне использовался так называемый PIV (“parti-

cle image velocimetry”) метод. Эксперименты были выполнены в диапазоне изменений отношения глубин $0.125 < h_1/h_2 < 0.5$; параметр нелинейности a/h_1 изменялся в пределах $0.2 < a/h_1 < 0.7$. Толщина промежуточного слоя была от 1.2 до 8.0 см. В работе основное внимание уделено сравнению измеренных характеристик внутренних уединенных волн с расчетными величинами, которые были получены с помощью теоретических моделей (двухслойная модель КДВ, непрерывно стратифицированная модель КДВ, полностью нелинейная теория [9]). В основном, сравнение проводилось для значений максимальной горизонтальной скорости u в подошве волны. Показано, что для малых отношений a/h_1 (< 0.4) с достаточной степенью точности можно использовать КДВ теорию. При больших величинах a/h_1 (> 0.4) расчеты по КДВ теории дают значения, которые сильно отличаются от экспериментальных данных. Необходимо обратить внимание, что тот же самый предел применимости КДВ теории найден в [2]. В целом, теоретические вычисления дают завышенные значения скорости по сравнению с экспериментальными данными, в частности, для интенсивных волн превышение достигает 65 %.

Экспериментальное изучение характеристик внутренних уединенных волн и сравнение экспериментальных данных с теоретическими результатами было выполнено в [10]. Опыты проводились в бассейне из плексиглаза, длина бассейна была 220 см, ширина – 17 см и высота – 15 см. Бассейн был заполнен двумя несмешивающимися жидкостями: водой и керосином. Генерация уединенной волны на границе между жидкостями осуществлялась с помощью горизонтально расположенной пластины, перемещающейся в вертикальном направлении на заданное расстояние. Распределенный в поперечном направлении сток (источник), расположенный на заданной глубине, также использовался как генератор уединенных волн депрессии (возвышения). Регистрация волн была выполнена зондами, измеряющими электрическую проводимость. Измерения показали, что профиль волн находится в разумном согласии с теоретическими результатами, основанными на КДВ теории. Заметные отклонения от теоретического профиля обнаружены для волн большой амплитуды. Было показано, что профиль уединенной волны расширяется, когда амплитуда растет, хотя в работе не проводилось систематического изучения этого эффекта. Другие расхождения экспериментальных данных с теоретическими оценками также имели место. В частности, было обнаружено, что

скорость уединенных волн была систематически ниже скорости, предсказанной КДВ теорией для амплитуд волн $0.04 < a/h_2 < 0.6$. В то же время, экспериментальные данные были в хорошем соответствии с теорией Кейлегана. Были изучены уединенные волны положительной и отрицательной полярностей.

Изучение поля скорости вблизи донной поверхности, обусловленного распространяющейся уединенной внутренней волной депрессии в двухслойной жидкости, было проведено Карром и Дэвисом [11]. Эксперименты были выполнены в бассейне длиной 6.4 м, шириной – 0.4 м и глубиной 0.6 м. Волны генерировались с помощью метода, разработанного в [1]. Основываясь на ранее полученных результатах [1, 2], расстояние от подвижной перегородки (см. рис. 1) до торцевой стенки бассейна выбиралось равным 0.27 либо 0.6 м. Измерение скоростного поля проводилось с помощью лазер-доплеровского измерителя скорости (ЛДИС) и PIV метода. Распределения горизонтальных и вертикальных компонент скорости и поперечной компоненты завихренности были измерены в зависимости от изменения амплитуды волны a , отношения толщины верхнего и нижнего слоев $b = h_1/h_2$, расстояния от донной поверхности. В результате анализа экспериментальной информации было показано, что неустановившееся пристеночное течение струеподобной формы возникает непосредственно вблизи дна при прохождении интенсивной нелинейной внутренней волны депрессии. Скорость пристеночного течения невелика по сравнению с максимальной скоростью жидкости, вызванной проходящей уединенной волной, и направление этого течения совпадает с направлением движения волны, т. е. направлено в противоположную сторону относительно скорости потока в нижнем слое жидкости. Формирование пристеночного течения обусловлено появлением отрицательного градиента давления при прохождении волны и развития неустойчивости пограничного слоя. Теоретически возникновение отрыва пограничного слоя вблизи дна, вызванного отрицательным градиентом на заднем фронте волны, изучено также в работе [12]. В ней проведено численное моделирование распространения и отражения внутренних уединенных волн от наклонного берега на основе негидростатической, осредненной в поперечном направлении математической модели. Авторы сумели разрешить узкую область вблизи дна и продемонстрировать существование отрывного пузыря. Было предложено проводить учет потерь энергии движущейся волны на формирование отрывного течения путем

введения соответствующего коэффициента формы в общем коэффициенте сопротивления.

Определенный интерес представляет работа [13], в которой приведены результаты экспериментальных исследований длинных волн, распространяющихся вдоль поверхности раздела между двумя жидкостями различной плотности. Эксперименты были выполнены в маленьком бассейне длиной 3 м, высотой 15 см и шириной 10 см. Волны генерировались с помощью метода, описанного в [1] (“step pool method”). Авторы отметили, что осторожное и медленное поднятие перегородки более предпочтительно по сравнению с быстрым удалением, поскольку минимизирует баротропные возмущения. Измерения параметров уединенных внутренних волн были сделаны с помощью шести ультразвуковых зондов, которые были установлены вдоль центральной оси бассейна. Было проведено сравнение экспериментальных и теоретических результатов по определению структуры волны, фазовой скорости. Основным интерес вызывает сделанный анализ частотно-амплитудного соотношения. При проведении экспериментов получаемая информация обычно представлена в виде данных регистрации перемещения поверхности раздела во времени в заданной точке. С этой точки зрения целесообразно рассматривать в качестве одной из основных характеристик волны ее интегрированный масштаб частоты (или характерную частоту) ω_k , который определяется следующим выражением:

$$\omega_k = \frac{2a}{\int_{-\infty}^{\infty} \eta(t, x_0) dt} = \frac{c_k}{\lambda}, \quad (3)$$

где $\eta(t, x_0)$ – смещение поверхности раздела во времени; c_k – фазовая скорость; λ – характерная длина уединенных волн. В данной работе выполнено сравнение экспериментально зарегистрированных характеристик волн большой амплитуды с результатами вычислений. В качестве теоретических моделей волн использовались КДВ теория и модифицированная КДВ-МКДВ теория, развитая в работах [14, 15] (см. также уравнение Гарднера или расширенное КДВ уравнение [16]). В последнем случае проведен учет членов с кубической нелинейностью. Рассматриваются волны, амплитуды которых распределены в диапазоне от 0 до \bar{h} , где $\bar{h} = h_2 - h_c$ – расстояние между поверхностью раздела и критическим уровнем h_c , и представляют предельную амплитуду волн. Главное предположение состоит в том, что амплитуда волны имеет порядок \bar{h} , который является малым

по сравнению с общей глубиной H . В работе приведены формулы для основных параметров уединенных внутренних волн, которые описываются этой теорией. Свободная поверхность может быть заменена твердой крышкой, когда различие между удельными весами жидкостей в слоях оказывается маленьким. Предложено выражение, которое описывает смещение поверхности раздела, вызванное проходящими уединенными внутренними волнами. Проведено сравнение профиля волны, фазовой скорости и частотно-амплитудного соотношения, полученных экспериментально, с теоретическими соотношениями. Было показано, как и ожидалось, что экспериментальные данные соответствуют КДВ теории для малых амплитуд и практически для всех отношений толщины слоев. Характеристики уединенных волн большой амплитуды асимптотически имеют тенденцию быть предсказанными с помощью КДВ-мКДВ теории.

Отметим, что характеристики внутренних уединенных волн были также изучены в других работах, посвященных исследованию взаимодействия волн с топографическими особенностями дна, наклонными берегами, подводными порогами и др. Результаты этих работ будут обсуждены в последующих работах. Далее четко опишем основные особенности методов генерации уединенных внутренних волн, которые отличаются от рассмотренных выше методов.

В работе [17] использовался волновой генератор, состоящий из двух горизонтально расположенных поршней, отделенных друг от друга горизонтальной пластиной на уровне поверхности раздела между жидкостями. Солитонно-подобное перемещение поверхности раздела достигалось путем согласованного перемещения поршней волнового генератора в противоположных направлениях таким образом, что суммарный вытесняемый поршнями объем оставался равным нулю. Использовалась функция, изменяющаяся по линейному закону, для управления перемещениями поршней. Эксперименты были выполнены в бассейне длиной 10 м с квадратным поперечным сечением (длина стороны составляла 0.33 м).

Генератор, создающий нелинейные внутренние волны за счет угловых колебаний крыльцевого профиля (“flap-type”), использовался в работе [18]. Профиль был прикреплен к стержню, который шарнирно закреплялся на торцевой стенке. Эксперименты проводились в бассейне ($24 \times 0.6 \times 0.38$ м), заполненном двухслойной жидкостью. Подобный метод использовался в работе [19] в целях генерации внутренних волн в системе с двумя слоями. Эксперименты были выполнены в бассейне дли-

ной 18 м, шириной 0.6 м и глубиной 0.75 м. Изучалось набегание цуга внутренних волн на наклонный берег. Каждая волна в периодическом цуге при набегании на склон делалась круче и разрушалась в солитонно-подобную волну прежде, чем разрушиться. Внутренние волны были произведены горизонтальной лопастью, угловые перемещения которой осуществлялись относительно ее переднего края. Передний край лопасти имел бульбообразную форму для того, чтобы предотвратить отрыв и последующее перемешивание жидкости. Структура внутренних волн в течение прохождения зоны мелкой воды и набегания на склон изучалась с помощью зондов электропроводности и визуализации потока. Отметим, что зеркало, установленное вдоль продольной оси бассейна под заданным углом относительно горизонта, использовалось для одновременного наблюдения за характером процесса взаимодействия волн со склоном сверху и сбоку.

Аналогичный подход реализован в работе [20] при изучении генерации прогрессивных внутренних волн, распространяющихся вдоль поверхности раздела между пресной и соленой водами в бассейне ($6 \times 0.15 \times 0.35$ м). Автор также использовал специальный насос, с помощью которого производилась периодическая эжекция жидкости в бассейн для генерации внутренних волн.

Метод “наклонной трубы” (“tilting tube”) использовался в [21–23] для изучения механизмов вырождения внутренних волн большого масштаба (характерная длина соизмерима с размерами бассейна) в замкнутых водоемах типа стратифицированных озер и для оценки потока энергии, связанного с этим вырождением. Метод принципиально отличается от рассмотренных выше, поскольку внутри бассейна нет перемещающихся устройств. Лабораторные эксперименты выполнялись в полностью закрытом акриловом бассейне длиной 6 м, глубиной 29 см и шириной 30 см. Бассейн мог вращаться относительно горизонтальной оси, проходящей вблизи его центра. В наклонном положении бассейн заполнялся двумя слоями жидкости: в верхнем слое находилась пресная вода, в нижнем – соленая. Эксперимент начинался, когда бассейн быстро возвращался к горизонтальному положению, и под действием бароклинных градиентов давления формировались противоположно направленные потоки жидкостей в верхнем и нижнем слоях. Отметим, что с помощью такого моделирования можно изучать развитие возмущений в двухслойной системе с наклонным термоклинном, которая возникает в замкнутых стратифицированных водоемах, например, озерах, после пре-

кращения действия ветра. При большом первоначальном наклоне возникающие волны, чей характерный размер имеет порядок масштаба бассейна, становятся со временем круче и трансформируются в пакет солитонов, размер которых существенно меньше первоначального возмущения.

Механизмы обрушения прогрессивных внутренних волн изучены в работе [24]. Эксперименты были выполнены в волновом бассейне длиной 4.88 м, высотой 0.61 м и шириной 0.3 м. Двухслойная стратификация создавалась путем заполнения бассейна пресной водой до заданной глубины, и затем более тяжелая (соленая) вода эжектировалась ниже слоя пресной воды. Авторы применяли селективный отсос промежуточного слоя, что позволяло достигать его толщин менее, чем 1 см. Прогрессивные внутренние волны генерировались путем вертикальных перемещений полуцилиндра (“plunger-type”), расположенного на границе раздела. Утверждается, что подобный генератор волн не создает поверхностных волн или нежелательного перемешивания границы раздела. Перемещения полуцилиндра управлялись с помощью компьютера, что позволяло получать заданные формы волн, в частности, синусоидальные волны и пакет дисперсионных монохроматических волн, в котором каждая волна достигает заданной точки в один и тот же момент времени.

Одной из важных проблем, которую рассматривают в экспериментальных исследованиях внутренних волн – это влияние диссипации на их распространение. Известно, то диссипация присутствует при всех экспериментальных исследованиях, связанных с движением жидкости. В некоторых случаях ее влияние не является слишком большим; однако часто это одна из основных причин расхождения экспериментальных и теоретических результатов.

Влияние вязкости на распространении внутренних волн было исследовано в работе [4] (способ генерации волн описан выше). Авторы модифицировали известную модель, разработанную Кейлганом [25] для оценки влияния вязкости на вязкостное демпфирование поверхностных волн, и применили ее для рассмотрения внутренних волн, распространяющихся в двухслойной системе. В теории предполагается, что диссипация энергии происходит в вязком пограничном слое, формирующимся на твердых границах, и в промежуточном слое. Влияние диссипации приводит к уменьшению амплитуды уединенной волны. Была предложена следующая зависимость, которая описывает изменение амплитуды волны a на расстоянии

$(x - x_0)$:

$$a(x) = a_0(x) \left[1 + K a_0^{1/4} (x - x_0) \right]^{-4}, \quad (4)$$

где коэффициент K определяется толщинами слоев h_1 и h_2 , шириной бассейна B , ускорением силы тяжести g , кинематическим коэффициентом вязкости ν , параметром $\Delta = 1 - \rho_1/\rho_2$, характеризующим разность плотностей. Результаты экспериментов показали, что эффект вязкостной диссипации действительно приводит к уменьшению амплитуды волны при ее распространении. Было найдено, что амплитуда уменьшается на 50 %, когда волна достигает конца бассейна. Для более полного изучения вопроса о влиянии вязкости измерения продолжались и после отражения волны от стенок бассейна. Показано, что амплитуда уединенной волны составляет только 30 % от амплитуды падающей волны, когда волна проходит 3.5 м, затем отражается от стенки бассейна и приходит в начальное место измерений. Такое большое затухание связано, по-видимому, с тем, что толщина нижнего слоя в экспериментах была малой, следовательно, влияние вязкости было значительным. Кроме того, использовались несмешивающиеся жидкости, поэтому граница между жидкостями была ступенчатой и эффекты вязкости усиливались. Неясным, однако, остался вопрос о точности определения амплитуды волны, когда она проходит зону возмущенной жидкости, вызванную предыдущим проходом.

В работе выполнено сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования распространения волны, основанного на обобщенном уравнении КДВ, в котором введены дополнительные члены, учитывающие влияние вязкости. В качестве начальных условий использовались данные о профиле волны, полученные с помощью зонда, установленного на расстоянии 20 см от генератора волн. Показано, что результаты расчетов находятся в соответствии с данными экспериментов. Был сделан вывод о важности учета влияния вязкости на уменьшение амплитуды, а значит и энергии уединенной волны.

Авторы также рассмотрели влияние вязкости на длину уединенной волны, поскольку эта характеристика уединенной волны должна соответствовать амплитудно-волновому соотношению: важно изучить вопрос о влиянии вязкости на это соотношение. Распространяющиеся уединенные волны характеризуются динамическим балансом между нелинейными и дисперсионными эффектами, и такое соотношение может быть представлено как $a \lambda^2 / H^3 = \text{const}$. Очевидно, влияние вязкости

приводит к постепенному уменьшению амплитуды волны, и в конечном счете, вязкие эффекты становятся соизмеримыми с нелинейными. С этой точки зрения, эффект вязкости должен содержаться в вышеупомянутом соотношении. В результате расчетов авторы показали, что влияние вязкости приводит к отклонению характеристик уединенной волны при $a/h_2 < 0.2$ для параметров оборудования, используемого в экспериментах, т. е. для слабых волн отклонения от невязкой теории являются довольно незначительными.

Теоретический анализ влияния вязкости на уменьшение амплитуды уединенной волны был выполнен в работе [26]. Авторы получили зависимость, описывающую уменьшение амплитуды внутренней волны a с расстоянием. Анализ был выполнен с использованием ряда упрощающих предположений: невязкое течение соответствует течению, определяемому солитоном КДВ, движущимся с постоянной скоростью c ; все линии тока являются плоскими и горизонтальными при рассмотрении вязких эффектов; только вязкий сдвиг скорости учитывается в области промежуточного слоя; вязкими эффектами вблизи к свободной поверхности пренебрегают. Общий вид коэффициента K достаточно сложен даже при таких упрощениях. В предельном случае слабой стратификации, когда $\Delta = 1 - \rho_1/\rho_2 \ll 1$, выражение, описывающее этот коэффициент, становится более простым:

$$K = \frac{1}{12 h_2 (1 + b)} \sqrt[4]{\frac{\nu^2 |b - 1|}{c_0^2 h_1^2 h_2}} \times \left[b + \frac{2 h_2 (1 + b)}{B} + \frac{(1 + b)^2}{2b} \right], \quad (5)$$

где $b = \frac{h_1}{h_2}$; c_0 – скорость стадии волны,

$$c_0 = \left(g' \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} \right).$$

Отмечено, что выражение для коэффициента K , найденное в работе [4], в которой использовалось приближенное граничное условие на границе раздела, является некорректным и приводит к переоценке затухания. Авторами была проведена проверка обоснованности приведенного выше выражения путем сравнения с экспериментальными данными из работы [27]. Было обнаружено заметное расхождение между теорией и экспериментом, в частности, вычисления показывают заметно большее затухание в экспериментах, причем,

наблюдалось большее затухание внутренней волны, когда она движется от генератора до концевой стенки бассейна, и несколько меньшее после ее отражения от стенки и движения в сторону генератора. Такой характер затухания обусловлен присутствием "паразитных" волновых движений: в первом случае – это поверхностная волна, возникающая в процессе генерации внутренней волны, во втором случае проход внутренней волны происходит на фоне оставшихся возмущений после первого прохода внутренней волны. Авторы рассмотрели особенности распространения уединенных волн в бассейне ограниченной длины и ввели эмпирические поправки в отношение, с помощью которого оценивается диссипация.

Следует заметить, что трение о стенки служит также важной причиной, обуславливающей потери энергии волн. Очевидность такого заключения продемонстрирована в работе [28], в которой теоретически и экспериментально изучалось вязкое демпфирование прогрессивных волн, распространяющихся по поверхности раздела двух жидкостей различного удельного веса. Предполагалось, что течение, вызванное волнами, является потенциальным. Были рассмотрены влияние трения на поверхности раздела, трение о дно и трение о боковые стенки. Показано, что диссипация волновой энергии, обусловленная трением о боковые стенки, является доминирующим механизмом затухания волн. Трение о дно выражено слабо, потому что поверхность раздела находилась довольно далеко от дна. В работе отмечено, что для уменьшения вклада от трения о стенки ниже уровня, который определяется сдвигом, вызванным волнами на поверхности раздела, необходимо увеличивать ширину бассейна по сравнению с общей толщиной жидкости по крайней мере в 3 раза для параметров оборудования, использованного в работе.

Затухания уединенных внутренних волн под действием вязкости было исследовано в работе [29]. Эксперименты были выполнены как при наличии свободной поверхности, так и в присутствии покрытия свободной поверхности (условие "твердой крышки") для волн возвышения и депрессии. Автор показал, что расчеты достаточно хорошо соответствуют экспериментальным данным. В случае использования твердой крышки на поверхности жидкости дополнительные члены для учета трения о твердую крышку должны быть введены. Показано, что вычисления, основанные на зависимостях, приведенных в работе [4], хуже соответствуют экспериментальным данным.

Необходимо упомянуть также работу [30], в которой представлены результаты исследования за-

тухания уединенной внутренней волны, распространяющейся вдоль поверхности раздела двух несмешивающихся жидкостей. Было найдено, что амплитуда волн уменьшается приблизительно в ℓ раз на расстоянии $s/l = 100$, где s – пройденный путь; l – длина основания прямоугольника, имеющего высоту, равную амплитуде волны a , и площадь, равную площади волны. Данная зависимость соответствует случаю отражения волны от торцевых стен бассейна.

Данные о вязком затухании уединенных волн особенно важны при изучении их взаимодействия с наклонными берегами и определения коэффициента отражения, потому что регистрирующее оборудование устанавливается на некотором расстоянии от склона. При выполнении исследований распространения уединенных внутренних волн депрессии было показано [1], что затухание волн в жидкости постоянной глубины составляет $4.3\% m^{-1}$ на расстоянии от 3 до 6 м от генератора, и постепенно увеличивается до $6.2\% m^{-1}$ для больших расстояний от генератора при отношении глубин $h_1/H = 1/14$. Затухание уменьшается с увеличением h_1/H . Было найдено, что затухание волн в работе было немного меньше, чем показывают оценки, основанные на теоретических вычислениях, проведенных в работе [26].

Довольно заметное затухание уединенных внутренних волн обнаружено в работе [13]. Амплитуда волны уменьшалась на 3 % на длине 30 см. Порядок этого затухания близок к порядку затухания, найденного экспериментально в работе [4]. Причина такого уровня затухания связана, очевидно, с малыми размерами поперечного сечения бассейна, т. е. с заметным влиянием трения о стенки и дно бассейна. Кроме того, рост сдвига скорости вблизи поверхности раздела несмешивающихся жидкостей имеет место при прохождении волны по сравнению со случаем размываемого слоя раздела. Немного меньшее затухание было зарегистрировано в работе [31]. В бассейне с поперечным сечением 0.4×0.6 м оно составило приблизительно 4.8 % на расстоянии 1 м; в бассейне с секцией 0.5×1.0 м затухание было 1.3 % по амплитуде.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальные исследования выполнялись в бассейне длиной 7 м, шириной 0.33 м и высотой 1.5 м. Стенки бассейна были изготовлены из плексиглаза. Бассейн находился в подвальном помещении, и температура воздуха была практически постоянной в течение серии эксперимен-

тов, несмотря на сезонные изменения температуры. Схема создания двухслойной стратификации была следующей. Предварительно вспомогательные металлические резервуары большого размера заполнялись пресной водой. После нескольких дней, когда температура воды становилась равной температуре воздуха, эта вода использовалась для создания двухслойной системы. Основной бассейн заполнялся соленой водой (соленость составляла $S = 15\text{‰}$) до заданного уровня. Затем пресная вода медленно подавалась в бассейн через волокнистый материал, который размещался на плавающем деревянном щите. Этот материал играл роль диссипатора энергии для предотвращения перемешивания жидкостей. После заполнения бассейна проводился селективный отбор воды из промежуточного (перемешанного) слоя с помощью вертикальной трубки с расширяющимся концом, который помещался на границе между соленой и пресной водой. Это позволяло существенно уменьшить толщину промежуточного слоя и приблизить систему к двухслойной.

Генерация внутренних уединенных волн осуществлялась, следуя модифицированной методике, разработанной в работе [1]. Схема генератора представлена на рис. 2.

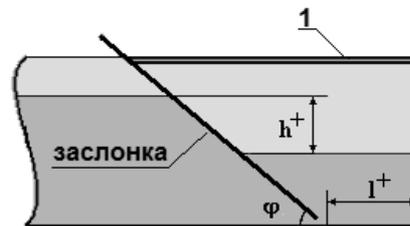


Рис. 2. Модифицированная схема генератора внутренних уединенных волн

В работе [32] для улучшения процесса генерации внутренних уединенных волн предложено использовать наклонную пластину (угол наклона составлял приблизительно 30° по отношению к вертикальной оси). Наклон поверхности раздела после удаления пластины в таком случае лучше соответствует форме генерируемой волны. Величина наклона выбирается экспериментальным путем.

Была проведена специальная серия экспериментов в бассейне малых размеров для определения оптимального угла наклона и длины l^+ . Обнаружено, что при больших углах наклона происходит интенсификация нежелательных возмущений, обусловленная увеличением протяженности перемещений пластины. В работе использовалась на-

клонная под углом 48° к горизонту пластина.

Как отмечалось выше, волна депрессии формируется после поднятия пластины, но одновременно происходит формирование волны поднятия, которая распространяется в противоположном направлении. Для улучшения процесса формирования и распространения волны депрессии в работе осуществлялась отсечка возмущений, которые образуются в выделенной части при отражении волны поднятия. Для этого в момент, когда волна поднятия отражается от торцевой стенки, пластина возвращалась в первоначальное положение, тем самым отсекая возмущения и не давая им возможности проникать в выделенную часть бассейна. В отличие от работы [32], длина выделенной части l^+ была достаточно большой, по крайней мере, больше, чем длина уединенной волны. В результате происходило формирование внутренних уединенных волн депрессии со слабыми возмущениями в хвостовой части. Управление амплитудами генерируемых волн осуществлялось путем изменения объема пресной воды, наливаемой в выделенный объем, т. е. изменением глубины слоя раздела h^+ . Отметим, что плавающий деревянный щит, который использовался для дополнительного налива пресной воды в выделенную часть бассейна, не удалялся при генерации волн и служил дополнительным демпфером поверхностных возмущений.

Измерения профиля плотности проводилось с помощью микрозондов проводимости, у которых диаметр чувствительной части составлял 0.8 мм. Калибровка зондов выполнялась с помощью ряда тестовых резервуаров с заданной концентрацией солености. При измерениях использовалась достаточно высокая частота подводимого к датчикам напряжения. Отметим, что калибровочные кривые были существенно нелинейными и в ряде случаев для нахождения регрессионной зависимости приходилось разделять кривую на части и находить перекрывающие друг друга регрессионные зависимости, описывающие каждую часть кривой. Типичное распределение солености, измеренное в опытах, представлено на рис. 3. Данные, относящиеся к профилю солености перед опытами, обозначены квадратами, и данные, полученные перед вторым пробегом, изображены в виде треугольников. Сплошные кривые, соответствующие этим данным, описываются выражением

$$S = S_{0.5} \left[1 - \operatorname{th} \frac{(z - z_c)}{\delta} \right],$$

где толщина слоя раздела равна 2δ . В данном случае параметры $z_c = 27.3$ см и $\delta = 0.43$ см соответствуют кривой, полученной перед первым пробе-

гом, и $z_c = 27.1$ см и $\delta = 0.43$ см – перед вторым пробегом. Видно, что толщина слоя раздела несколько увеличивается после первого пробега и его центр углубляется. После проведения двух экспериментов бассейн наполнялся вновь. Это связано с размыванием слоя раздела при проведении опытов и после нескольких пробегов предположение о двухслойной стратификации становилось несправедливым.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВНУТРЕННИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН

Измерения перемещений поверхности раздела, вызванные распространяющимися внутренними уединенными волнами, выполнялись с помощью распределенных емкостных датчиков, полностью погруженных в воду. Каждый датчик состоял из двух параллельных тонких изолированных проволок. Емкость этой системы зависит от расстояния между ними, солености (электрической проводимости среды) нижнего слоя и глубины погружения проволок в нижний слой. Поэтому изменение вертикального положения поверхности раздела будет вызывать изменение емкости датчика. С помощью разработанной системы сбора и обработки получаемых сигналов от датчиков осуществлялся быстрый опрос датчиков, преобразование сигналов в цифровой код и экспресс-обработка данных с помощью ПК. Калибровка датчиков выполнялась с помощью специального резервуара с пресной водой, в котором располагался резервуар меньших размеров, заполненный соленой водой. Резервуар был электрически связан с основным бассейном. Отметим, что в отличие от датчиков электрической проводимости, рабочие характеристики распределенных емкостных датчиков были близки к линейным.

В процессе проведения экспериментов датчики располагались вдоль бассейна, что позволяло определять скорость распространения волны, ее амплитуду, форму профиля. В качестве примера на рис. 4 изображены перемещения поверхности раздела, вызванные распространяющейся волной в процессе ее взаимодействия с донным препятствием прямоугольной формы [33]. Вдоль абсциссы отложено время и вдоль ординаты вертикальные перемещения поверхности раздела. Датчик располагался перед препятствием. На графиках можно различить распространяющуюся волну (1), волну, отраженную от препятствия (2), отраженную от опущенной наклонной пластины (3), и наконец, волну, отраженную от торцевой стен-

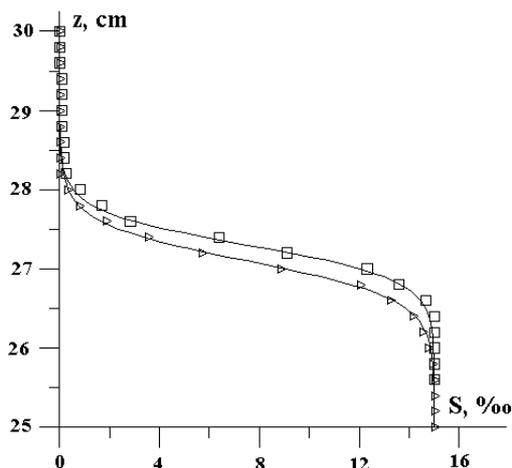


Рис. 3. Профили солености перед первым и вторым пробегами

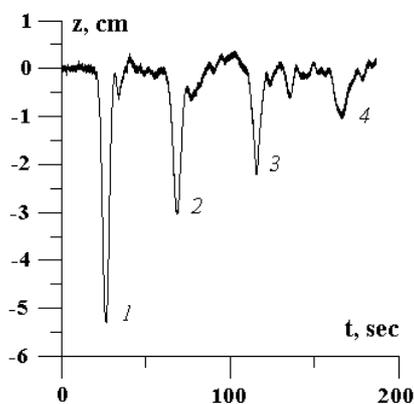


Рис. 4. Перемещения поверхности раздела

ки бассейна и прошедшую над препятствием (4). Аналогичные данные регистрировались датчиками, расположенными за препятствием.

Анализ данных, полученных с помощью распределенных емкостных датчиков, в эксперименте дополнялся результатами обработки цифровых фотографий процесса распространения волн. Для этого граница между слоями (или верхний слой) окрашивалась, что позволяло получать также видеозапись изучаемого процесса.

Как установлено рядом авторов ([1, 4 и др.]), КДВ теория адекватно описывает характеристики уединенных волн малой амплитуды. Форма профиля волны в соответствии с этой теорией определяется следующим выражением:

$$\eta(x, t) = a \operatorname{sech}^2 \left(\frac{X - c^* t}{\lambda} \right), \quad (6)$$

где a , c^* , λ – амплитуда, фазовая скорость и длина волны соответственно. Фазовая скорость c^* описывается такой зависимостью: [34]

$$c^* = c_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{a(h_2 - h_1)}{h_1 h_2} \right), \quad (7)$$

где c_0 – скорость волн бесконечно малой амплитуды,

$$c_0 = \left(g' \frac{h_1 h_2}{H} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

В качестве примера на рис. 5 представлены измеренные профили падающей и прошедшей внутренних уединенных волн. В качестве препятствия использовалась тонкая вертикально установленная на дне пластина. Теоретический профиль, описываемый выражением (6), изображен в виде сплошной кривой. Можно видеть, что профиль падающей волны отличается от теоретического профиля.

Это связано с тем, что амплитуда внутренней уединенной волны была большой (в данном случае она была равна 5.1 см) и отклонения от теории КДВ наглядно видны на рисунке. Амплитуда прошедшей волны была заметно меньше ($a = 3.5$ см) и отклонения существенно меньше. Отметим, что для уединенных волн малой амплитуды отклонений от теоретического профиля практически не наблюдалось.

Одной из важных характеристик внутренних уединенных волн является энергия волны. Для анализа изменений энергии волны удобно, следуя работе [13], рассматривать потенциальную энергию волны:

$$E = \frac{1}{2} (\rho_2 - \rho_1) g \int_{x_1}^{x_2} \eta^2(x, t) dx. \quad (9)$$

Для уединенных волн малой амплитуды потенциальная энергия практически равна кинетической энергии [34], для других волн они пропорциональны друг другу. Как отмечалось выше, затухание энергии волны по мере ее распространения вдоль бассейна необходимо учитывать при расчете такой характеристики как коэффициент отражения. Кроме того, скорость затухания волновой энергии является важной характеристикой самого бассейна. Экспериментальная оценка величины потерь энергии волны, распространяющейся вдоль бассейна, была сделана на основе данных, получаемых распределенными емкостными датчиками, которые располагались вдоль бассейна на заданном расстоянии друг от друга. Подобная оценка

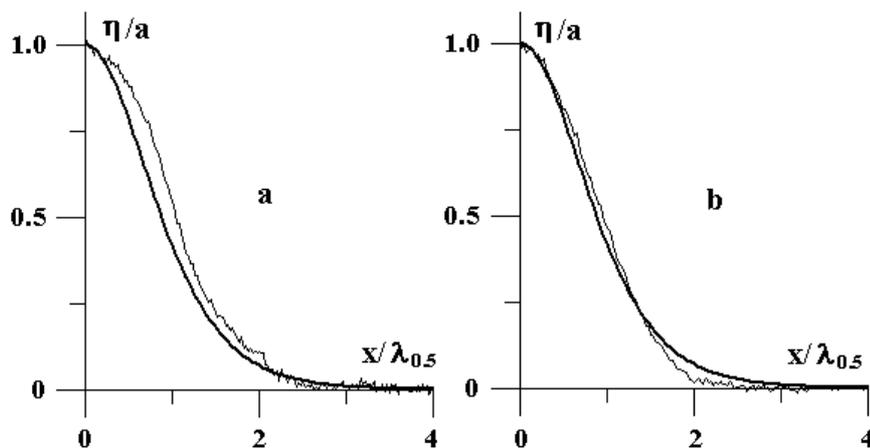


Рис. 5. Профили падающей (а) и прошедшей (b) волн

была осуществлена в работе [34], в которой изучались внутренние уединенные волны депрессии. Авторы рассмотрели изменение отношения мгновенной энергии волны E , рассчитанной по формуле (9), к начальной энергии волны E_0 в зависимости от нормализованной пройденной длины x/H (h_2/H). Отметим, что при обработке данных учитывались также многократно отраженные волны от торцевых стенок, что позволило существенно расширить диапазон изменения переменной x .

Анализ представленных результатов показал, что для оценки затухания волны, когда волна распространилась на относительно небольшое расстояние, представленные данные описываются экспоненциальной зависимостью, и затухание энергии волны может быть

$$\frac{E}{E_0} = 10^{-bx} \quad , \quad (10)$$

где b – постоянная величина.

Было найдено, что величина $b = 0.023$ соответствует представленным в работе [34] данным.

Основываясь на таком подходе, обработка полученных данных показала, что затухание энергии внутренней уединенной волны может быть описано с помощью соотношения (10) с показателем экспоненты $b = 0.021$. Результаты представлены на рис. 6, где сплошная линия соответствует закономерности (10). Полученные результаты особенно важны при изучении процессов рассеивания уединенной волны на донных препятствиях и отражении от берега.

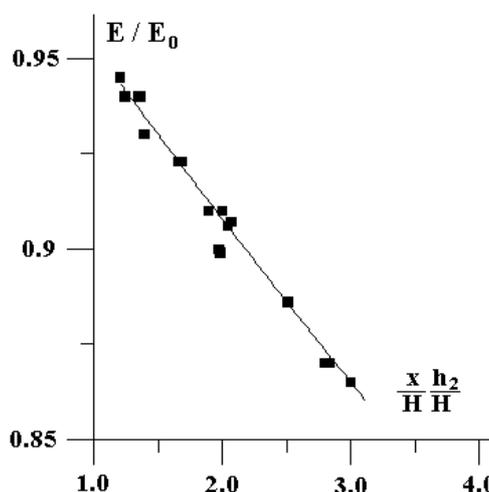


Рис. 6. Затухание энергии волны с расстоянием

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, можно сделать следующие выводы.

1. Внутренние волны играют существенную роль в процессах транспорта массы и энергии в стратифицированных морях и озерах. Общее приближение распределения плотности – это конфигурация с двумя слоями с верхним слоем легкой жидкости и более тяжелой жидкости в нижнем слое. Скачок плотности на поверхности раздела соответствует положению термоклина в реальном водоеме. Такая конфигурация с двумя сло-

ями адекватно моделирует реальные стратифицированные водоемы.

2. Существует несколько методов генерации внутренних волн, распространяющихся вдоль поверхности раздела двух жидкостей различной плотности. Генерация внутренних волн происходит обычно при вертикальном перемещении волнового генератора, расположенного на границе раздела жидкостей. Существуют два основных типа таких генераторов, которые чаще всего используются в экспериментах. Первый тип генератора представляет собой крыльевой профиль, совершающий угловые колебания на границе раздела жидкостей (“flap-type”). Во втором типе генератора внутренние волны формируются при вертикальных колебаниях погруженного тела обтекаемой формы на границе раздела. Внутренняя уединенная волна генерируется путем перемещения этого тела на заданное расстояние, что приводит к локальному смещению границы раздела и последующему образованию волны. Подобное смещение границы раздела может быть произведено движением поршня, расположенного у дна вблизи торцевой стенки бассейна. Система с двумя поршнями также может использоваться для генерации внутренних уединенных волн. В этих методах довольно важно не допустить отрыва потока на движущемся теле, поскольку это обуславливает появление вихревых структур и последующую турбулилизацию жидкости. Локализованный подъем границы раздела может быть образован путем выделения части бассейна, в которой создается двухслойная жидкость, но с другим положением границы раздела. Выпуская жидкость, находящуюся в выделенной части, в бассейн можно генерировать как одну, так и пуг нелинейных внутренних волн (“step-pool method”).

3. Важным вопросом является создание ступенчатой границы между слоями, чтобы использовать полученные данные для сравнения с теоретическими результатами. Необходимо заполнять как можно тщательнее бассейн жидкостями, чтобы достигнуть маленькой толщины промежуточного слоя. Это позволяет применять для описания генерируемых волн довольно простые зависимости, полученные для жидкости с двумя слоями, вместо того, чтобы решить более сложную проблему Штурма–Лиувилля для случая непрерывной стратификации.

4. В большинстве выполненных измерений структуры поля плотности использовались датчики, измеряющие электрическую проводимость среды. В работах, как правило, не уделено достаточного внимания такому важному вопросу, как

частота работы датчика. Известно, что двойной электрический слой ионов формируется вблизи электродов датчиков. Этот слой оказывает значительное влияние на точность измерений, поэтому для нормального функционирования измерительного оборудования необходимо использовать высокую рабочую частоту датчиков. Кроме того, датчики электрической проводимости имеют сильно нелинейные рабочие характеристики и приходится принимать специальные меры для их линеаризации.

5. В результате сравнения экспериментальных данных с теоретическими зависимостями показано, что при малых амплитудах характеристики внутренних уединенных волн могут быть успешно описаны на основании КДВ теории. Для описания волн большой амплитуды необходимо привлекать полностью нелинейные теории. В качестве альтернативы может быть использована ЕКДВ теория.

6. Разработанный модифицированный метод генерации уединенных волн обладает рядом преимуществ по сравнению с методами, разработанными другими авторами. В частности, отсечка “хвоста” позволяет существенно уменьшить интенсивность возмущений за волной, что важно при изучении процессов рассеяния волн на донных препятствиях и при отражении от берега. Необходимо подчеркнуть, что метод позволяет осуществлять генерацию существенно нелинейных уединенных волн, что представляет несомненный интерес при моделировании процессов распространения уединенных волн в стратифицированных средах.

1. Kao, T.W., Pan, F.S. Renouard, D. Internal soliton on the pycnocline: Generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope // *J. Fluid Mech.*– 1985.– **159**.– P. 19-53.
2. Grue, J., Jensen, P.O., Rusas, P.-O., Sveen, J.K. Properties of large-amplitude internal waves // *J. Fluid Mech.*– 1999.– **380**.– P. 257-278.
3. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях.– М.: Мир, 1977.– 432 с.
4. Koop, C.G., Butler, G. An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system // *J. Fluid Mech.*– 1981.– **112**.– P. 225-251.
5. Lee, C.-Y., Beardsley, R.C. The generation of long nonlinear internal waves in a weakly stratified shear flow // *J. Geophys. Res.*– 1974.– **79**.– P. 453-457.
6. Gear, J., Grimshaw, R. A second-order theory for solitary waves in shallow fluids // *Phys. Fluids.*– 1983.– **26**.– P. 14-29.
7. Segur, H., Hammack, J.L. Soliton models of long internal waves // *J. Fluid Mech.*– 1982.– **118**.– P. 285-304.
8. Walker, S.A., Martin, A.J., Easson, W.J., Evans, W.A.B. Comparison of laboratory and theoretical internal solitary wave kinematics // *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*– 2003.– **129**.– P. 210-218.

9. Evans, W.A.B., Ford, M.J. An integral equation approach to internal (2-layer) solitary waves // *Phys. Fluids.*– 1996.– **8**.– P. 2032-2047.
10. Букреев В.И., Гаврилов Н.В. Экспериментальное исследование уединенных внутренних волн в двухслойной жидкости // *ЖПМТФ.*– 1983.– №5.– С. 51-56.
11. Carr, M., Davies, P.A. The motion of an internal solitary wave of depression over a fixed bottom boundary in a shallow, two-layer fluid // *Phys. Fluids.*– 2006.– **18**.– P. 016601.
12. Bourgault, D., Kelley, D.E. On the reflectance of uniform slopes for normally incident interfacial solitary waves // *J. Phys. Oceanogr.*– 2007.– **37**.– P. 1156-1162.
13. Michallet, H., Barthelemy, E. Experimental study of interfacial solitary waves // *J. Fluid Mech.*– 1998.– **366**.– P. 159-177.
14. Funakoshi, M. Long internal waves in a two-layer fluid // *J. Phys. Soc. Japan.*– 1985.– **54**.– P. 2470-2476.
15. Funakoshi, M., Oikawa, M. Long internal waves of large amplitude in a two-layer fluid // *J. Phys. Soc. Japan.*– 1986.– **55**.– P. 128-144.
16. Ostrovsky, L.A., Stepanyants, Y.A. Internal solitons in laboratory experiments: Comparison with theoretical models // *Chaos.*– 2005.– **15**.– P. 037111.
17. Wessel, F., Hutter, K. Interaction of internal waves with topographic sill in a two-layer fluid // *J. Phys. Oceanogr.*– 1996.– **26**.– P. 5-20.
18. Helfrich, K.R., Melville, W.K. On long nonlinear internal waves over slope-shelf topography // *J. Fluid Mech.*– 1986.– **167**.– P. 285-308.
19. Wallace, B.C., Wilkinson, D.L. Run-up of internal waves on a gentle slope in a two-layered system // *J. Fluid Mech.*– 1988.– **191**.– P. 419-442.
20. Umeyama, M. Experimental and theoretical analyses of internal waves of finite amplitude // *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*– 2002.– **128**.– P. 133-141.
21. Horn, D.A., Redekopp, L.G., Imberger, J., Ivey, G.N. Internal wave evolution in a space-time varying field // *J. Fluid Mech.*– 2000.– **424**.– P. 279-301.
22. Horn, D.A., Imberger, J., Ivey, G.N. The degeneration of large-scale interfacial gravity waves in lakes // *J. Fluid Mech.*– 2001.– **434**.– P. 181-207.
23. Boegman L., Ivey G.N., Imberger J. The degeneration of internal waves in lakes with sloping topography // *Limnol. Oceanogr.*– 2005.– **50**.– P. 1620-1637.
24. Troy, C.D., Koseff, J.R. The generation and quantitative visualization of breaking internal waves // *Exp. Fluids.*– 2005.– **38**.– P. 549-562.
25. Keulegan, G.H. Gradual damping of solitary waves // *J. Res. Natl. Bur. Stand.*– 1948.– **40**.– P. 480-487.
26. Leone C., Segur H., Hammack J.L. Viscous decay of long internal solitary waves // *Phys. Fluids.*– 1982.– **25**.– P. 942-944.
27. Segur H., Hammack J.L. Soliton models of long internal waves // *J. Fluid Mech.*– 1982.– **118**.– P. 285-304.
28. Troy C.D., Koseff J.R. The viscous decay of progressive interfacial waves // *Phys. Fluids.*– 2006.– **18**.– P. 026602.
29. Гаврилов Н.В. Вязкое затухание уединенных внутренних волн в двухслойной жидкости // *ЖПМТФ.*– 1988.– №4.– С. 51-54.
30. Букреев В.И., Гаврилов Н.В. Экспериментальное исследование уединенных внутренних волн в двухслойной жидкости // *ЖПМТФ.*– 1983.– №5.– С. 54-57.
31. Sveen J.K., Guo Y., Davies P.A., Grue J. On the breaking of internal solitary waves at a ridge // *J. Fluid Mech.*– 2002.– **469**.– P. 161-188.
32. Michallet, H., Ivey, G.N. Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes // *J. Geophys. Res.*– 1999.– **104**.– P. 13467-13477.
33. Бровченко И. А., Городецкая Н. С., Мадерич В. С., Никишов В. И., Терлецкая Е. В. Взаимодействие внутренних уединенных волн большой амплитуды с препятствием // *Прикладна гідромеханіка.*– 2007.– Том 9(81), №1.– С. 3-8.
34. Bogucki, D., Garrett, C. A simple model for the shear-induced decay of an internal solitary wave // *J. Phys. Oceanogr.*– 1993.– **8**.– P. 1767-1776.