

УДК 532

ІНДУКЦІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ПОВЕРХНЕВИМИ ХВИЛЯМИ, ЩО ГЕНЕРУЮТЬСЯ ЗАНУРЕНОЮ ОБЛАСТЮ ЗАВИХРЕНОСТІ

О. В. ГОРОДЕЦЬКИЙ, В. І. НІКІШОВ

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 26.12.2009

Розглядається індукція магнітного поля хвильовими рухами ідеальної провідної рідини у вертикальному зовнішньому магнітному полі. Наведено залежності, що описують характеристики поверхневих хвиль, які генеруються зануреною областю завихреності. Асимптотичним методом стаціонарної фази побудовано відхилення вільної поверхні в залежності від часу для заданої відстані від джерела збурень. У випадку вертикального зовнішнього магнітного поля отримано залежності, що описують зміну магнітуді збурень магнітного поля, які індукуються хвильовими рухами середовища. Побудовано картини зміни магнітуді магнітного поля у воді і в повітрі. Показано, що основний внесок у формування магнітного поля вносять низькочастотні рухи середовища.

Рассматривается индукция магнитного поля волновыми движениями идеальной проводящей жидкости в вертикальном внешнем магнитном поле. Приведены зависимости, описывающие характеристики поверхностных волн, генерируемых заглубленной областью завихренности. Асимптотическим методом стационарной фазы построены отклонения свободной поверхности в зависимости от времени для заданного расстояния от источника возмущений. Для случая вертикального внешнего магнитного поля получены выражения, описывающие изменение магнитуды возмущений магнитного поля индуктированного волновыми движениями среды. Построены картины изменения магнитуды магнитного поля в воде и над водой. Показано, что основной вклад в формирование магнитного поля вносят низкочастотные движения среды.

Induction of magnetic field by wave motions of ideal conductive fluid in a vertical external magnetic field is considered. Relationships described characteristics of surface waves that generated by submerged region of vorticity are presented. Departures of free surface in time at given distance from the perturbation source are found using the asymptotic method of stationary phase. The expression describing magnitude variations of perturbations of magnetic field that induced by wave motion of medium are obtained. Patterns of variations of magnetic field in water and in air are presented. It is found that low-frequency motions of medium produce the major contribution in formation of magnetic field.

ВСТУП

Течії у реальних електропровідних середовищах, які відбуваються у магнітному полі Землі, викликають збурення електромагнітних полів у широкому просторово-частотному діапазоні, причому, збурення в одному середовищі можуть поширюватися і реєструватися в іншому. Відзначимо, що важливі наукові результати в області океанографії було отримано на основі аналізу даних про спостереження електромагнітних полів. Огляди стану досліджень щодо збурень магнітного поля Землі, обумовлених гідродинамічними джерелами у морях і океанах, представлені у [1, 2]. З наведених робіт випливає, що ідентифікація гідродинамічних течій у морях і океанах, яка ґрунтується на вимірах вторинних електромагнітних полів, є важливим методом дослідження мінливості стану вод океанів та морів.

Фізичні принципи індукції електромагнітного поля середовищем, що рухається, добре відомі. Вода в океані є електропровідною рідиною, і її переміщення під впливом поверхневих і внутрішніх хвиль, вихорів і течій відбуваються в квазістаціо-

нарному магнітному полі Землі. Це викликає збурення електромагнітного поля, які можуть реєструватися сучасною вимірювальною апаратурою. Таким чином, інформація про рух морського середовища може бути отримана на основі аналізу даних електромагнітних вимірів.

Для розвитку методів розв'язання цих задач робилось два головних припущення. По-перше, через малу електричну провідність морської води вплив електромагнітного поля Землі на гідродинамічні рухи в океані є незначним. По-друге, індуковане магнітне поле є істотно слабшим за магнітне поле Землі. Це дозволяє використовувати відомі теоретичні моделі течій рідини для дослідження просторових і часових характеристик вторинних магнітного і електричного полів.

Одним із джерел, які викликають індукцію вторинного магнітного поля, є хвильові рухи морської води. Збурення магнітного поля над поверхнею моря, викликані вітровими хвилями, досліджені в роботі [3]. Відповідні оцінки збурень магнітного поля в товщі вод приведені в [4]. Робота [5] присвячена вивченню проблеми генерації магнітного поля морськими хвилями та брижами. Показано, що поряд з вітровими хвилями великої ампліту-

ди довгохвильові брижі також є важливим джерелом індукції магнітного поля. Аналогічні задачі у випадку басейну кінцевої глибини розглянуто в роботах [6, 7].

Розв'язок задачі про індукцію магнітного поля поверхневими хвилями, які утворюються при русі підводного об'єкта, наведено в [8]. В усіх цих роботах припускається, що зворотний вплив електромагнітних сил на рух рідини малий і ним можна знехтувати. Це дозволило розділити задачу і знайти (або використати відомі розв'язки) спочатку поле течії, а потім на підставі отриманих залежностей, що описують потік, розв'язати рівняння індукції.

В даній роботі розглядається індукція вторинного магнітного поля поверхневими хвилями, що генеруються зануреною областю завихреності. В [9] було отримано розв'язок задачі про генерацію гравітаційних поверхневих хвиль пульсуючими гідродинамічними рухами, які зосереджені в локалізованій зануреній області (нестационарною областю завихреності) і в [10] наведено уточнений розв'язок задачі. Для достатньо великих глибин занурення області завихреності зворотний вплив поверхневих хвиль на рухи рідини в даній області незначний. Таке припущення ґрунтується на відомому факті [11], що вплив хвильових рухів згасає з глибиною згідно з експоненціальним законом, у той час як збурення від нестационарної області завихреності – по степеневому. Подібний підхід застосовано в теорії генерації звуку флуктуаціями швидкості, коли зворотнім впливом звукових хвиль на ці флуктуації нехтують [12]. Треба відзначити, що в [9, 10] було розглянуто генерацію лінійних хвиль, але величини флуктуацій швидкості в границях області можуть бути великими, оскільки параметри “джерела” розраховуються окремо. Ці флуктуації, як правило, є результатом нелінійної взаємодії гідродинамічних полів, які відомі або визначаються окремо, і процес лінеаризації до них не застосовувався.

1. ГЕНЕРАЦІЯ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ

Коротко зупинимось на задачі про генерацію поверхневих хвиль зануреною областю завихреності Ω , яка знаходиться на глибині h (рис. 1). Вважаємо, що в початковий момент часу рідина нерухома, а вільна поверхня горизонтальна. Вводимо характерні масштаби густини ρ_0 (густина рідини), довжини h і швидкості $\sqrt{gh}$, де g – прискорення сили тяжіння. Система рівнянь, що описує рух рідини, приймає наступний вигляд у безрозмірній

формі:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) + \nabla p + \vec{e} = -(\vec{\omega} \times \vec{v}), \quad (1)$$

$$\nabla \vec{v} = 0, \quad (2)$$

де $\vec{v}$ – вектор швидкості руху рідини; $\vec{\omega}$ – вектор завихреності рідини; p – тиск, $\vec{e}$ – одиничний вектор, який направлений вздовж вертикальної вісі z . Представимо вектор швидкості як суму потен-

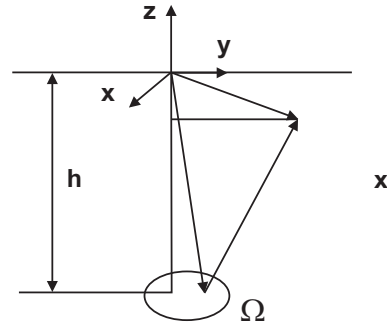


Рис. 1. Розміщення області завихреності

ціальної та вихрової складових:

$$\vec{v} = \nabla \Phi + \vec{u}.$$

Відзначимо, що вихрова складова $\vec{u}$ дорівнює нулю за межами області Ω . З рівняння нестисловості (2) випливає

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \vec{u} = 0. \quad (4)$$

Таким чином, генерація та розповсюдження поверхневих хвиль описується рівнянням Лапласа (3) з відповідними граничними та початковими умовами. Враховуючи згасання збурень на великій відстані від поверхні, граничну умову на нескінченності можна записати у вигляді:

$$\Phi \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow -\infty. \quad (5)$$

Для визначення граничної умови на вільній поверхні введемо функцію Бернуллі

$$B = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\vec{v}^2}{2} + \frac{p}{\rho_0} + gz.$$

Тоді рівняння (1) можна привести до наступного вигляду:

$$\nabla B = -\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{\omega} \times \vec{v}.$$

Із врахуванням (4) отримуємо рівняння для функції Бурнулі:

$$\nabla^2 B = -\nabla(\vec{\omega} \times \vec{v}). \quad (6)$$

Застосувавши метод відображень [13], розв'язок рівняння (6) запишемо за допомогою функції Гріна:

$$G(\vec{x}, \vec{x}') = -\frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} + \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}''|} \right], \quad (7)$$

де вектор $\vec{x}'$ відповідає місцю розташування елемента джерела, вектор $\vec{x}''$ – місцю розташування зображення і $\vec{x}$ – точки спостереження.

Припустимо, що характерний розмір l області Ω набагато менший, ніж глибина h , ($l \ll h$). Введемо величину радіуса в горизонтальній площині $r^2 = x^2 + y^2$. Приблизно можна записати

$$\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2} \cong \sqrt{r^2 + (z+h)^2} = R_1$$

і відповідно

$$\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \cong \sqrt{r^2 + (z-h)^2} = R_2.$$

Введемо позначення

$$L(t) = \int_{\Omega} \nabla(\vec{\omega} \times \vec{v}) \, dx' dy' dz' \quad (8)$$

і одержимо

$$B(x, y, z, t) = \frac{L(t)}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (9)$$

Звідси випливає, що гранична умова на вільній поверхні з врахуванням кінематичної умови і приймаючи до уваги рівність $R_1 = R_2 = R$ при $z = 0$, може бути записана у вигляді:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial L(t)}{\partial t} \frac{1}{2\pi R} = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (10)$$

Було прийнято, що в початковий момент часу рух у локалізованій області завихреності відсутній. Тоді

$$L(t) = 0 \quad \text{при } t = 0. \quad (11)$$

Таким чином, задачу зведено до рівняння Лапласа (3) з граничними умовами (5) та (10) і початковими умовами (11). Розв'язок задачі отримуємо шляхом застосування інтегральних перетворень Фур'є

щодо часу і змінних x та y . Більш детальні математичні викладки наведено в роботі [10].

Розглянуто випадок, коли інтенсивність руху спочатку зростає, а з часом падає. Така модель адекватно відповідає фізиці процесу виникнення і виродження локалізованих областей з флуктуаціями швидкості в реальних умовах морського середовища. Виходячи із міркувань розмірності, розмірна функція $\tilde{L}(t) \propto \tilde{U}_{ch}^2 \tilde{l}$, де $\tilde{l}$ – характерний розмір області, $\tilde{U}_{ch}$ – характерна швидкість руху в області. У безрозмірному вигляді маємо $L(t) = C T(t) U_{ch}^2 l$, де залежність $T(t)$ описує зміну інтенсивності руху в часі. Тут $T(t)$ є безрозмірною функцією; C – постійна величина, яка залежить від структури і інтенсивності руху в області Ω .

В результаті було знайдено [10], що вертикальна швидкість руху рідини, яка пов'язана з поверхневими хвилями, для великих значень $\omega^2 r$ з точністю до $O(\omega^2 r)^{-3}$ описується формулою:

$$w = \int_0^\infty G(\omega) e^{\omega^2 z} \left\{ \hat{L}(-\omega) e^{-i\omega t} H_0^{(1)}(\omega^2 r) + \hat{L}(\omega) e^{i\omega t} H_0^{(2)}(\omega^2 r) \right\} d\omega, \quad (12)$$

і горизонтальна компонента швидкості v_r знаходиться із рівняння нестисливості:

$$v_r = - \int_0^\infty G(\omega) e^{\omega^2 z} \left\{ \hat{L}(-\omega) e^{-i\omega t} H_1^{(1)}(\omega^2 r) + \hat{L}(\omega) e^{i\omega t} H_1^{(2)}(\omega^2 r) \right\} d\omega. \quad (13)$$

Тут

$G(\omega) = \frac{1}{4\pi} \omega^3 e^{-\omega^2}$; $L(\omega)$ – спектр функції $L(t)$; $H_i^{(1)}$, $H_i^{(2)}$ – функції Ханкеля першого і другого роду i -го порядку.

Було розглянуто дві модельні залежності $T(t)$:

$$T_1(t) = \frac{1}{2} \frac{t}{1 + e^{-t}} e^{-t/2},$$

$$T_2(t) = \frac{1}{2} \frac{t^2}{1 + e^{-t}} e^{-t/2}. \quad (14)$$

Графіки функцій $T_1(t)$ і $T_2(t)$ представлено на рис. 2. Фур'є перетворення, застосоване до виразів (14), дає спектри [14] відповідно

$$\hat{T}_1(\omega) = \frac{i\pi^2}{2} \frac{\text{sh } \pi\omega}{\text{ch}^2 \pi\omega},$$

$$\hat{T}_2(\omega) = \frac{\pi^3}{2} \frac{(2 - \text{ch}^2 \pi\omega)}{\text{ch}^3 \pi\omega}. \quad (15)$$

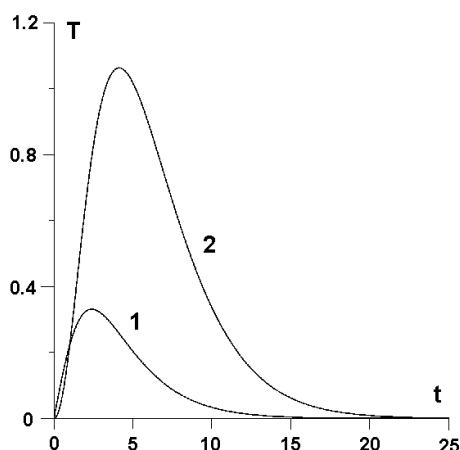


Рис. 2. Залежність функцій $T_1(t)$ (крива 1) і $T_2(t)$ (крива 2) від часу

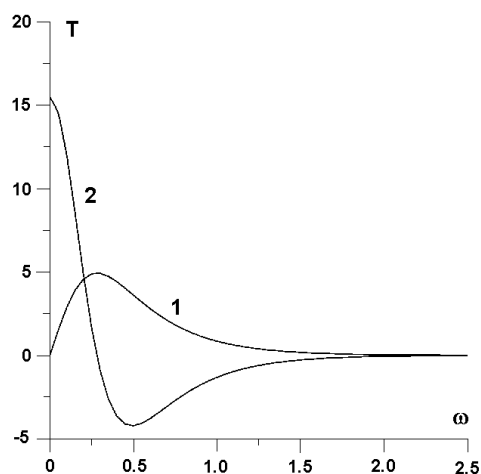


Рис. 3. Спектри функцій $T_1(\omega)$ (крива 1) і $T_2(\omega)$ (крива 2)

Графіки спектрів приведено на рис. 3.

Були проведені чисельні розрахунки відхилення вільної поверхні ζ для спектрів (15) на основі виразу для вертикальної компоненти швидкості (12). Метод стаціонарної фази застосовувався для розрахунку ζ для великих значень r і t вздовж шляхів $r = ct$, де c – постійна величина. Було прийнято, що характерна швидкість дорівнює $v_{ch} = 0.33$, характерний розмір області завихреності $l = 0.1$ і постійна величина $C = 1$. Результати розрахунків відхилення вільної поверхні ζ в залежності від часу на відстані $r = 100$ для спектрів $\hat{T}_1(\omega)$ і $\hat{T}_2(\omega)$ представлено на рис. 4 і 5 відповідно. Із аналізу рисунків видно, що інтенсивність хвиль зростає у часі, коли до точки спостереження наближаються енергонесучі хвилі. Згодом, коли ці хвилі прохо-

дять точку спостереження, амплітуда хвиль різко спадає. В той самий час мають місце відмінності у хвилових картинах, зокрема, при $t < 100$. Це обумовлено суттєвими відмінностями спектрів $\hat{T}_1(\omega)$ і $\hat{T}_2(\omega)$ при малих значеннях ω .

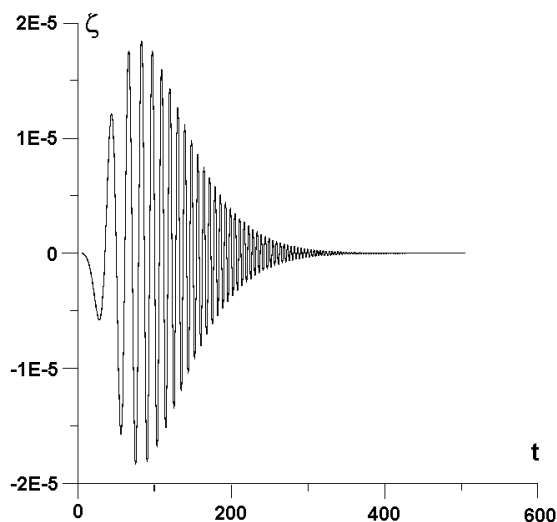


Рис. 4. Відхилення вільної поверхні ζ для $r = 100$ для першої моделі спектру

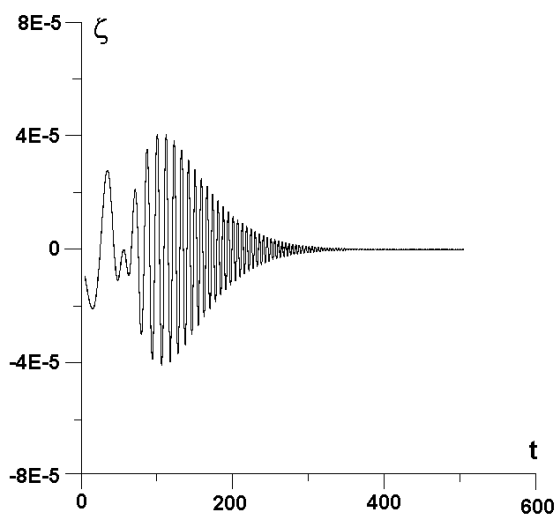


Рис. 5. Відхилення вільної поверхні ζ для $r = 100$ для другої моделі спектру

2. ІНДУКЦІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Відомо, що при русі провідної рідини в магнітному полі виникають індуковані електричні та магнітні поля. Це призводить до складних процесів взаємодії магнітних і гідродинамічних полів,

які можуть бути описані на основі загальної системи рівнянь електродинаміки та гідродинаміки. Ця система рівнянь може бути суттєво спрощена, якщо прийняти ряд припущень, які є обґрунтовані, в даному випадку до морської води.

У магнітогідродинаміці розглядається поведінка провідної рідини в електромагнітному полі. Такі рідини високої густини, як морська вода, характеризуються високою частотою зіткнень, яка суттєво вище ларморовської частоти носіїв току. В даному випадку циклотронне обертання практично не проявляється на фоні хаотичних процесів зіткнення в середовищі, тобто довжина пробігу носіїв току значно менша, ніж радіус кривизни їхньої траєкторії в магнітному полі. Для таких середовищ можна прийняти, що до звичайних коефіцієнтів переносу (в'язкості, температуропровідності) додається в даному випадку тільки електрична провідність, яку можна вважати скалярною величиною [15]. Оскільки заряджена частинка не може далеко зсунутись під дією магнітного поля, то ефектом Холла, суть якого полягає в тому, що виникає струм, який є перпендикулярний до електричного поля і по величині пропорційний магнітному полю, можна знехтувати. Крім того, можна знехтувати іонним ковзанням, коли враховується різниця швидкостей іонів та нейтральних частинок, яка є важливою в іонізованому газі.

Друге важливе припущення наближення магнітної гідродинаміки полягає в нехтуванні струмом зміщення, вплив якого треба враховувати при високій нестационарності процесів. Порівняння струму зміщення зі струмом провідності показує, що першим можна знехтувати навіть при достатньо високих частотах [16]. В рідині великої густини частота зіткнень є значною навіть у випадку високої провідності. Для таких середовищ закон Ома можна використовувати в простій формі для широкої області частот. Під впливом електричного поля електрони і іони рухаються таким чином, що не виникає розділення зарядів. Механічний рух системи може бути описано як рух єдиного провідного середовища за допомогою звичайних гідродинамічних параметрів: густини, швидкості, тиску.

Крім вищеописаних припущень, можна прийняти також інші спрощення, які впливають з оцінок тих чи інших ефектів, ґрунтуючись на фізичних параметрах середовища. Зокрема, оцінки показують, що конвекційним струмом можна знехтувати порівняно зі струмом провідності [16, 17]. Намагніченість і поляризація морської води є малими, ними теж нехтують. Магнітна проникність μ середовища, яке описується системою рівнянь магнітної гідродинаміки, мало відрізняється від оди-

ниці [17].

Систему рівнянь Максвелла запишемо у вигляді [16, 17]

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

де $\vec{B} = \mu \vec{H}$ і $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ – індукція магнітного і електричного полів відповідно; $\vec{H}$ і $\vec{E}$ – напруженості магнітного і електричного полів відповідно; $\vec{J}$ – густина струму; ε – діелектрична проникність; ρ_e – щільність вільних зарядів.

Для отримання повної системи динамічних рівнянь необхідно встановити зв'язок між густиною струму $\vec{J}$ і полями $\vec{E}$ і $\vec{B}$. Для середовища з провідністю σ , нехтуючи конвективним струмом порівняно з струмом провідності, закон Ома може бути представлений у вигляді [16, 17]

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (16)$$

Провідність морського середовища σ є малою. З цього випливає, що індуковане магнітне поле буде значно слабше, ніж магнітне поле Землі, тоді рівняння (16) можна спростити, зокрема прийняти, що $\vec{v} \times \vec{B} \cong \vec{v} \times \vec{B}_E$, де $\vec{B}_E$ – геомагнітна індукція. З рівнянь Максвелла випливає наступне рівняння (в безрозмірній формі) [16, 17]:

$$-\nabla^2 \vec{H} = -\varepsilon_M \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \varepsilon_M \cdot \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}_E), \quad (17)$$

де $\varepsilon_M = \text{Re}_M = U H \sigma \mu$ – магнітне число Рейнольдса.

Ці рівняння дозволяють визначити індуковане магнітне поле рухами провідної рідини в магнітному полі Землі. В даній роботі розглядається випадок, коли вектор геомагнітної індукції має тільки вертикальну складову. Із урахуванням залежностей (12) і (13) представимо вектор швидкостей у вигляді $\vec{v} = \vec{l} v_r + \vec{m} w$, де $\vec{l}$, $\vec{m}$ – одиничні вектори, направлені вздовж радіуса і вертикальної координати відповідно. Аналогічним чином введемо радіальну H_r і вертикальну H_m компоненти магнітного поля:

$$\vec{H} = \vec{l} H_r + \vec{m} H_m.$$

Рівняння індукції є лінійним, тому можна окремо розглядати індукцію магнітного поля, яка обумовлена впливом однієї спектральної компоненти.

Спочатку розглянемо компоненти, які містять спектр збурень флуктуацій $\hat{L}(-\omega)$. Виходячи з виду залежності (12), будемо шукати спектральну

компоненту H_m^{sp} у вигляді

$$H_m^{sp} = h_m(z) e^{-i\omega t} H_0^{(1)}(\omega^2 r). \quad (18)$$

Із (17) для магнітуди $h_m(z)$ отримаємо наступне рівняння:

$$\frac{d^2 h_m(z)}{dz^2} - \delta_-^2 h_m(z) = -\kappa_- e^{\omega^2 z},$$

де

$$\delta_-^2 = \omega^4 - i\varepsilon_m \omega, \quad \kappa_- = \varepsilon_m B_E G(\omega) \omega^2 \hat{L}(-\omega).$$

Загальний розв'язок цього рівняння складається з суми загального розв'язку однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Тоді з урахуванням граничної умови на нескінченності $h_m(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow -\infty$ маємо

$$h_m(z) = A_m e^{\delta_- z} - \frac{\kappa_- e^{\omega^2 z}}{\omega^4 - \delta_-^2}. \quad (19)$$

Компоненту H_r^{sp} шукаємо у вигляді

$$H_r^{sp} = h_r(z) e^{-i\omega t} H_1^{(1)}(\omega^2 r) \quad (20)$$

і для магнітуди h_r з (17) одержуємо рівняння, в якому членами порядку $O((\omega^4 r^2)^{-1})$ знехтували:

$$\frac{d^2 h_r(z)}{dz^2} - \delta_-^2 h_r(z) = -\kappa_- e^{\omega^2 z}.$$

Із врахуванням граничної умови $h_r(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow -\infty$ отримуємо наступний розв'язок:

$$h_r(z) = A_r e^{\delta_- z} + \frac{\kappa_- e^{\omega^2 z}}{\omega^4 - \delta_-^2}. \quad (21)$$

Використовуючи умову дивергентності магнітного поля $\nabla \vec{H} = 0$, знаходимо зв'язок між коефіцієнтами A_m і A_r :

$$\delta_- A_m + \omega^2 A_r = 0. \quad (22)$$

Далі розглянемо індуковане поле у повітрі, де електропровідність дорівнює нулю, тобто $\varepsilon_m = 0$. Виходячи з виразів для радіальної і вертикальної спектральних компонент магнітного поля у вигляді (18) і (20) відповідно, для магнітуд компонент h_r і h_m із рівняння (17) з врахуванням граничної умови знаходимо

$$h_m = Q_m e^{-\omega^2 z}, \quad h_r = Q_r e^{-\omega^2 z}. \quad (23)$$

З умови дивергентності магнітного поля отримуємо

$$Q_m = Q_r. \quad (24)$$

На межі повітря і водного середовища має місце неперервність компонент індукованого магнітного поля. Використовуючи вирази (19), (21) і (23) при $z = 0$, із врахуванням співвідношень (22) і (24) отримуємо

$$A_m = 2 \left(1 + \frac{\delta_-}{\omega^2}\right)^{-1} \frac{\kappa_-}{\omega^4 - \delta_-^2}, \quad (25)$$

і тоді можемо знайти коефіцієнти A_r , Q_m , Q_r , що дозволяє описати магнітне поле в воді та повітрі. Схоже поступаємо з спектральними компонентами, що містять спектр $\hat{L}(\omega)$ у виразах (12), (13), які описують поле швидкостей. Розв'язок отримується аналогічно. Виходячи з виду залежностей (12) і (13), шукаємо спектральні компоненти магнітного поля у вигляді:

$$H_m^{sp} = h_m(z) e^{-i\omega t} H_0^{(2)}(\omega^2 r),$$

$$H_r^{sp} = h_r(z) e^{-i\omega t} H_1^{(2)}(\omega^2 r). \quad (26)$$

Можна показати, що магнітуди h_m і h_r у воді мають вигляд

$$h_m(z) = F_m e^{\delta_+ z} - \frac{\kappa_+ e^{\omega^2 z}}{\omega^4 - \delta_+^2},$$

$$h_r(z) = F_r e^{\delta_+ z} + \frac{\kappa_+ e^{\omega^2 z}}{\omega^4 - \delta_+^2}, \quad (27)$$

де $\delta_+^2 = \omega^4 + i\varepsilon_m \omega$, $\kappa_+ = \varepsilon_m B_E G(\omega) \omega^2 \hat{L}(\omega)$. З умови дивергентності магнітного поля знаходимо

$$\delta_+ F_m + \omega^2 F_r = 0. \quad (28)$$

Для повітря отримуємо

$$h_m = S_m e^{-\omega^2 z}, \quad h_r = S_r e^{-\omega^2 z}. \quad (29)$$

Умова дивергентності приводить до рівності:

$$S_m = S_r. \quad (30)$$

Задовольняючи граничним умовам на межі розділу, можемо знайти

$$D_m = 2 \left(1 + \frac{\delta_+}{\omega^2}\right)^{-1} \frac{\kappa_+}{\omega^4 - \delta_+^2}. \quad (31)$$

За допомогою останнього співвідношення можна визначити інші коефіцієнти.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЕНЬ. ВИСНОВКИ

Найбільший інтерес становить обчислення індукованого магнітного поля в повітрі. Чисельні розрахунки збурень магнітного поля в повітрі було виконано для моделей флуктуацій швидкості і завихреності, які розглянуто в розділі 1. Ґрунтуючись на визначених залежностях, що описують окремі спектральні компоненти, горизонтальну і радіальну складові індукованого магнітного поля представимо у вигляді інтегралів по частотах аналогічно виразам (12) і (13). Розрахунки було зроблено за допомогою асимптотичного методу стаціонарної фази для великих значень r і t вздовж шляхів $r = ct$, де c – постійна величина. Функції Бесселя було замінено на їхні асимптотичні вирази. Як і в розділі 1, фазові функції в даному випадку мають вигляд $\phi_{\pm} = \pm(\omega - c\omega^2)$. Точки стаціонарної фази – $\omega_s = 1/2c = t/2r$. Результати розрахунків магнітуд вертикальної H_m і радіальної H_r компонент індукованого магнітного поля в повітрі при $z = 2$ в залежності від часу на

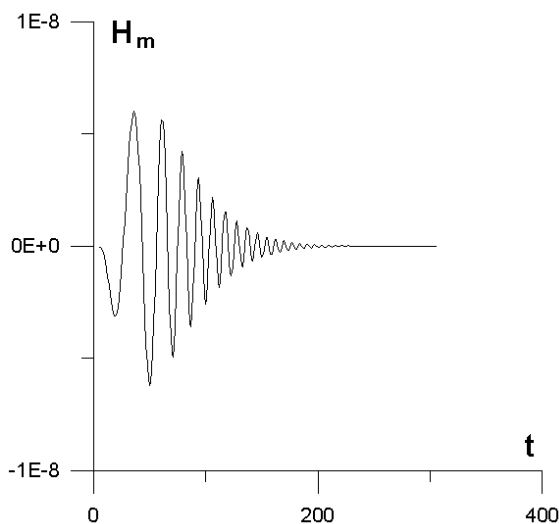


Рис. 6. Мінливість вертикальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (перша модель, $z = 2$)

відстані $r = 100$ для спектру $\hat{T}_1(\omega)$ представлені на рис. 6 і 7 відповідно. Аналогічні результати для спектру $\hat{T}_2(\omega)$ представлені на рис. 8 і 9. Розрахункові величини нормовані на величину геомагнітної індукції. Можна бачити, що в цілому характер мінливості індукованого магнітного поля відповідає спектрам гідродинамічних збурень (див. рис. 4 і 5). Порівняльний аналіз результатів з даними про відхилення вільної межі вказує на те, що всі збу-

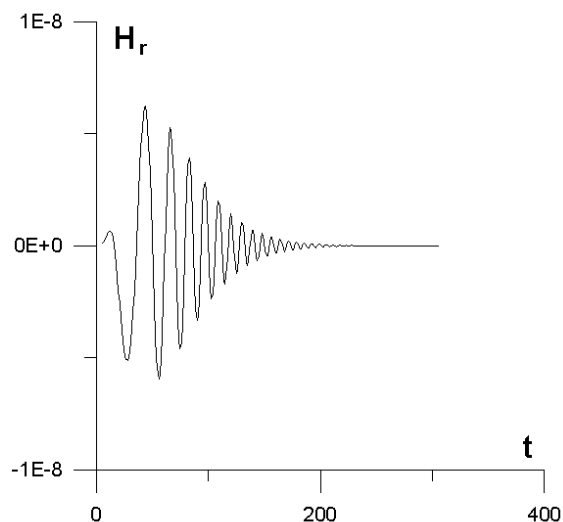


Рис. 7. Мінливість радіальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (перша модель, $z = 2$)

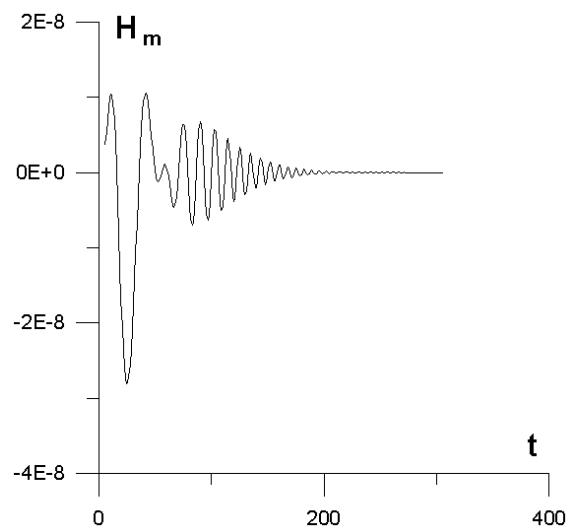


Рис. 8. Мінливість вертикальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (друга модель, $z = 2$)

рення магнітного поля в повітрі характеризуються низькочастотною мінливістю. Збурення, пов'язані з високочастотною мінливістю поля швидкості, яка виявляється у картині відхилення вільної поверхні, згасають у повітрі. Аналіз результатів показує, що амплітуда індукованого магнітного поля для другої моделі спектру значно вища за амплітуду магнітного поля для першої моделі. Аналіз спектрів гідродинамічних збурень (рис. 3) показує, що основна енергія збурень для другого спектру зосереджена в області низьких частот, в той час як перший спектр характеризується більш рівно-

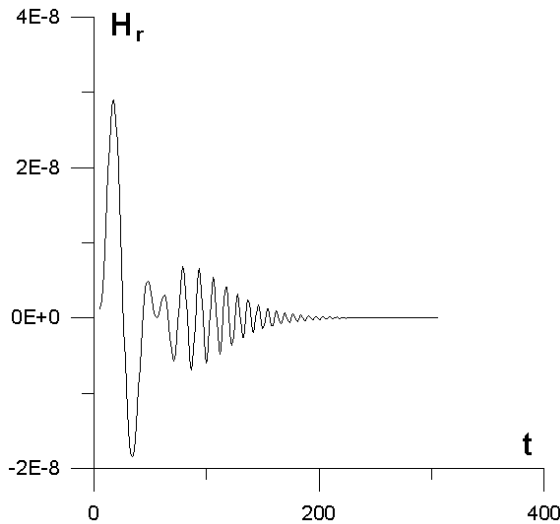


Рис. 9. Мінливість радіальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (друга модель, $z = 2$)

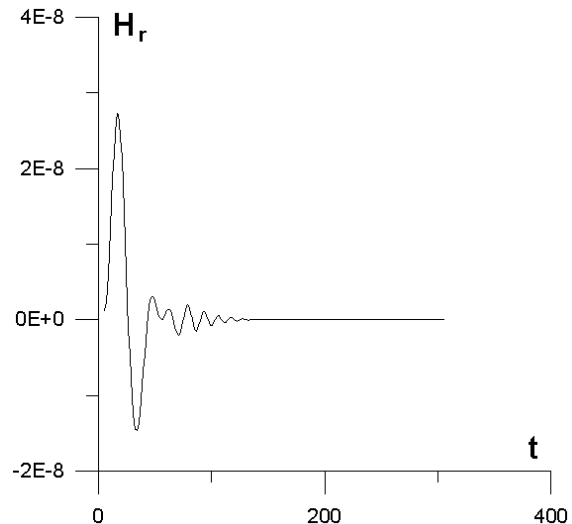


Рис. 11. Мінливість радіальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (друга модель, $z = 10$)

мірним розподілом енергії по частотах. Ці особливості спектрів належним чином відображаються в картинах розподілу індукованого магнітного поля.

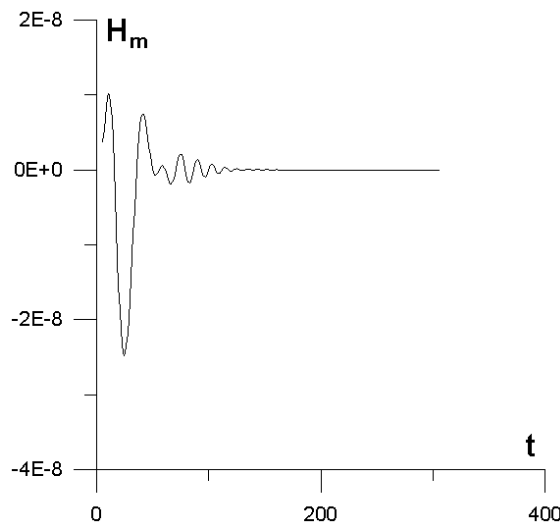


Рис. 10. Мінливість вертикальної компоненти магнітного поля для $r = 100$ (друга модель, $z = 10$)

На рис. 10 і 11 приведено результати обчислень зміни магнітуд компонент вторинного магнітного поля в залежності від часу на достатньо великих відстанях ($z = 10$) від вільної поверхні для другого типу збурень. Можна бачити, що високочастотні осциляції магнітуді малі, і основні зміни відбуваються на протязі невеликого часового інтервалу.

Відзначимо, що високочастотні осциляції значно зменшуються з ростом z , в той самий час затухання низькочастотних осциляцій незначне. Аналогічні висновки випливають з аналізу розрахунків магнітного поля для першої моделі гідродинамічних збурень. Отримані результати підтверджують висновок щодо впливу частоти гідродинамічних збурень на характеристики індукованого магнітного поля. Основний внесок дають низькочастотні збурення і внесок від високочастотних збурень є малим. Ці особливості індукції магнітного поля рухами слабкопровідної рідини, якою є морська вода, треба враховувати при обчисленнях характеристик магнітного поля і при розв'язку обернених задач ідентифікації рухів морського середовища на основі аналізу даних магнітних спостережень.

1. Palshin N.A. Oceanic electromagnetic studies: A Review // Surveys in Geophysics.– 1996.– N 17.– P. 455–491.
2. Карнаушенко Н.Н. Естественное электромагнитное поле морей и океанов в диапазоне сверхнизких частот.– Севастополь: ЭКОСИ-Гидрофизика, 2001.– 328 с.
3. Crews A. and Futterman J. Geomagnetic micropulsations due to the motion of ocean waves // J. Geoph. Res.– 1962.– N 67.– P. 299–306.
4. Warburton F. and Caminiti R. The induced magnetic field of sea waves // J. Geoph. Res.– 1964.– N 69.– P. 4311–4318.
5. Weaver T.J. Magnetic variations associated with ocean waves and swell // J. Geoph. Res.– 1965.– N 70.– P. 1921–1929.
6. Горская Е.М., Скрунников З.Г., Соколов Г.В. Вариации магнитного поля, индуцированные движе-

- нием морских волн на мелководье // Геомагнетизм и аэрономия.– 1972.– N 12.– С. 153–156.
7. Бурцев Г.А. К теории магнитного поля морских волн в море конечной глубины // Геомагнетизм и аэрономия.– 1974.– N 14.– С. 516–521.
8. Madurasinghe D., Tuck E.O. The induced electromagnetic field associated with submerged moving bodies in an unstratified conducting fluid // J. Ocean Eng.– 1994.– N 19.– P. 193–199.
9. Liu J.T.C. Generation of interfacial gravity waves by submerged regions of fluctuating hydrodynamical motions and fluid inhomogeneities // Physics of Fluids.– 1979.– T. 22, N 5.– P. 814–818.
10. Городецький О.В., Нікішов В.І. Генерація поверхневих гравітаційних хвиль локалізованою областю завихреності // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– Т. 10(82), N 2.– С. 48–58.
11. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости.– М.: Наука, 1977.– 815 с.
12. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях.– М.: Мир, 1981.– 598 с.
13. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2.– М.: ИЛ, 1960.– 897 с.
14. Бейтмен Г, Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1.– М.: Наука, 1969.– 343 с.
15. Половин Р.В., Демуцкий В.И. Основы магнитной гидродинамики.– М.: Энергоатомиздат, 1987.– 206 с.
16. Саттон Дж., Шерман А. Основы технической магнитной газодинамики.– М.: Мир, 1968.– 492 с.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред.– М.: Гостехиздат, 1957.– 510 с.